

**Практическое занятие № 6:**  
**Методы решения задач, связанные с повторными**  
**независимыми испытаниями.**

**Цель:** решение задач на вычисление вероятностей событий в схеме Бернулли.

**Норма времени:** 2 часа.

**Оборудование:** тетрадь, ручка.

**Порядок выполнения работы.**

**Теоретические сведения**

При решении вероятностных задач часто бывает, что одно и то же испытание повторяется многократно, и исход каждого испытания не зависит от исходов других. Такой эксперимент называют **схемой повторных независимых испытаний** или **схемой Бернулли**.

*Примеры повторных испытаний:*

- Бросаем игральный кубик, где вероятности выпадения определенной цифры одинаковы в каждом броске.
- Включаем лампы с заранее заданной одинаковой вероятностью выхода из строя каждой.
- Лучник повторяет выстрелы по одной и той же мишени при условии, что вероятность удачного попадания при каждом выстреле принимается одинаковой.

Итак, пусть в результате испытания возможны два исхода: либо появится событие **A**, либо противоположное ему событие. Проведем **n** испытаний Бернулли. Это означает, что все **n** испытаний независимы. А вероятность появления события **A** в каждом случае постоянна и не изменяется от испытания к испытанию.

Обозначим вероятность появления события **A** в единичном испытании буквой **p**, значит:

**p** = **P(A)**, а вероятность противоположного события (событие **A** не наступило) – буквой **q**

**q** = **P( $\bar{A}$ )** = **1 - p**.

1. Тогда вероятность того, что событие **A** появится в этих **n** испытаниях ровно **k** раз, выражается **формулой Бернулли**:

**$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$** , где **q = 1 - p**.

Биномиальное распределение — распределение числа успехов (появлений события).

**Пример 1.** Среди видео, которые снимает блогер, бывает в среднем 4% некачественных: то свет плохой, то звук пропал, то ракурс не самый удачный. Найдем вероятность того, что среди 30 видео два будут нестандартными.

*Как рассуждаем:*

Опыт заключается в проверке каждого из 30 видео на качество. Событие **A** — это какая-то неудача (свет, ракурс, звук), его вероятность **p = 0,04**, тогда **q = 0,96**.

Отсюда по формуле Бернулли можно найти ответ:

$$P_{30}(2) = C_{30}^2 \cdot 0,04^2 \cdot 0,96^{28} \approx 0,202$$

Ответ: вероятность плохого видео приблизительно 0,202.

**Пример 2.** В урне 20 белых и 10 черных шаров. Вынули 4 шара, причем каждый вынутый шар возвращают в урну перед извлечением следующего и шары в урне перемешивают. Найти вероятность того, что из четырех вынутых шаров окажется 2 белых.

**Решение.** Событие  $A$  – достали белый шар. Тогда вероятности

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{3}.$$

По формуле Бернулли требуемая вероятность равна

$$P_4(2) = C_4^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}.$$

**Пример 3.** Определить вероятность того, что в семье, имеющей 5 детей, будет не больше трех девочек. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

**Решение.** Вероятность рождения девочки  $p = \frac{1}{2}$ , тогда  $q = \frac{1}{2}$ .

Найдем вероятности того, что в семье нет девочек, родилась одна, две или три девочки:

$$P_5(0) = q^5 = \frac{1}{32}, \quad P_5(1) = C_5^1 p^1 q^4 = \frac{5}{32},$$

$$P_5(2) = C_5^2 p^2 q^3 = \frac{10}{32}, \quad P_5(3) = C_5^3 p^3 q^2 = \frac{10}{32}.$$

Следовательно, искомая вероятность

$$P = P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) + P_5(3) = \frac{13}{16}.$$

### Задания для индивидуальной работы:

#### Вариант 1.

1. Монету бросают 8 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее двух раз.

2. В семье шесть детей. Найти вероятность того, что среди этих детей два мальчика. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. В каждом из 500 независимых испытаний событие  $A$  происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие  $A$  происходит: точно 220 раз; меньше чем 240 и больше чем 180 раз.

4. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент включены все моторы.

5. Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

### Вариант 2.

1. Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в пяти испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

2. Вероятность всхожести семян пшеницы равна 0,9. Какова вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут не менее трех?

3. В каждом из 700 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,35. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 270 раз; меньше чем 270 и больше чем 230 раз.

4. Найти вероятность того, что событие А появится в пяти независимых испытаниях не менее трех раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,4.

5. Найти вероятность того, что при 300 испытаниях событие наступит ровно 100 раз, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,6.

### Вариант 3.

1. Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет не менее двух раз.

2. В семье шесть детей. Найти вероятность того, что среди этих детей не более двух мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. В каждом из 500 независимых испытаний событие А происходит с постоянной вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что событие А происходит: точно 190 раз; меньше чем 235 раз.

4. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент выключены все моторы.

5. Найти вероятность того, что при 300 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,4.

#### Вариант 4.

1. Найти вероятность того, что событие  $A$  появится не менее трех раз в четырех испытаниях, если вероятность появления события  $A$  в одном испытании равна 0,6.

2. Вероятность всхожести семян пшеницы равна 0,85. Какова вероятность того, что из четырех посеянных семян взойдут не более трех?

3. В каждом из 700 независимых испытаний событие  $A$  происходит с постоянной вероятностью 0,35. Найти вероятность того, что событие  $A$  происходит: точно 180 раз; меньше чем 220 раз.

4. Найти вероятность того, что событие  $A$  появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом испытании вероятность появления события  $A$  равна 0,3.

5. Найти вероятность того, что при 200 испытаниях событие наступит ровно 144 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

#### Домашнее задание.

При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 20 выстрелов число удачных будет не менее 16 и не более 19.

#### Контрольные вопросы:

1. Вероятности каких событий можно вычислять по формуле Бернулли?
2. Как записывается формула Бернулли?