

Операции над событиями

Теория вероятностей – это область математики, которая изучает случайные события и общие свойства событий, процессов.

Случайным событием называется событие, которое при осуществлении некоторых условий может произойти или не произойти.

Событие, которое не может произойти, называется **невозможным событием**.

Событие, которое происходит всегда, называется **достоверным событием**.

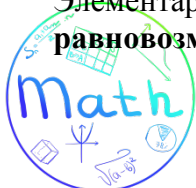
Задание 1. Распределите следующие события по трем категориям – случайные, достоверные и невозможные события.

1. Попадание мяча в корзину при броске.
2. Солнце восходит каждое утро.
3. Выигрыш 1.000.000 рублей в лотереи.
4. Человек сможет прожить жизнь без кислорода.
5. Положительное число при умножении на положительное число дает отрицательное число.
6. Появление грозы во время пикника.
7. Человек сможет ходить по воде без какой-либо поддержки.
8. Возникновение аварии на дороге.
9. 30 февраля вода закипит при температуре 100°C.
10. Вытягивание одной карты из колоды.

В теории вероятностей **события обозначаются** большими буквами латинского алфавита – A, B, C ... Также могут использоваться индексы – $A_1, A_2, A_3 \dots$

Элементарные события – это события, которые нельзя разделить на более простые.

Элементарные события, шансы которых одинаковые, будем называть **равновозможными**.



Элементарные события, благоприятствующие событию A – это элементарные события, при которых наступает событие A.

Вероятность события A – это отношение числа благоприятствующих исходов к общему числу возможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где $P(A)$ – это вероятность события A;

m – число исходов благоприятствующих событию A;

n – общее число исходов.

Исходя из определения, значение вероятности события есть положительное число, заключенное между 0 и 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Свойства вероятности:

1. Вероятность достоверного события A равна 1. $P(A) = 1$
2. Вероятность невозможного события A равна 0. $P(A) = 0$
3. Сумма вероятностей элементарных событий равна 1.

$A_1, A_2, \dots, A_n$ – элементарные события, тогда $A_1 + A_2 + \dots + A_n = 1$

Задание 2. В среднем из 180 ручек, поступивших в продажу, 9 не пишут. Найдите вероятность того, что выбранная наудачу ручка будет писать.

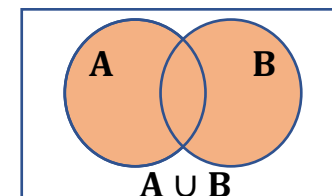
Задание 3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.

Задание 4. Неправильная игральная кость такая, что вероятность выбросить грань, на которой 1 очко, равна $\frac{1}{12}$, 2 очка равна $\frac{1}{4}$, 4 очка – $\frac{1}{12}$, 5 очков – $\frac{1}{4}$, 6 очков – $\frac{1}{6}$. Найдите вероятность выбросить грань с 3 очками.

Суммой (объединением) событий A и B

называют событие C, состоящее в появлении в ходе одного испытания или события A, или события B, или события A и события B одновременно.

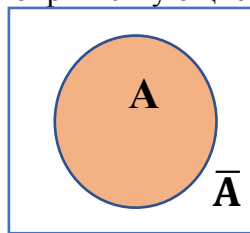
Обозначение: $C = A + B$ или $C = A \cup B$



Событие, **противоположное событию A**, – это событие, которому благоприятствуют все элементарные события, не благоприятствующие событию A. Обозначение – $\bar{A}$ (читается не A).

Изобразим с помощью диаграмм Эйлера.

На диаграмме оранжевым показано событие A, белом событие $\bar{A}$.



События A и $\bar{A}$ называются **взаимно противоположными** или **дополнениями** друг для друга.

Одновременно событие A и событие $\bar{A}$ произойти не могут, но какое-то из них точно произойдет. Поэтому можно сделать вывод – сумма вероятностей взаимно противоположных событий равна 1.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Задание 5. Назовите противоположные события для следующих событий.

- Мою новую подружку по парте зовут Маша или Саша.
- Явка на урок была от 80% до 95% учеников.
- Из 6 бросков по воротам попали хотя бы 3.

Задание 6. Миша делает в тире два выстрела. Рассматриваются события:

A – попадание при первом выстреле

B – попадание при втором выстреле

Что означают события:

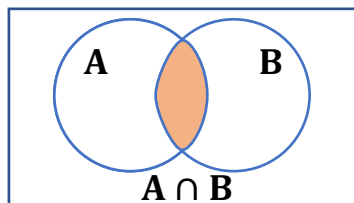
$$A + B$$

$$\bar{A} + B$$

$$\bar{A} + \bar{B}$$

Произведением (пересечением) событий A и B называется событие C, которое состоит в осуществлении при единичном испытании и события A и события B.

Обозначение: $C = A \cdot B$ или $C = A \cap B$



События A и B называются **несовместными**, если они не имеют общих благоприятствующих элементарных событий. Т.е. они не могут наступить одновременно в одном опыте.

Если события A и B несовместные, то их пересечение равно пустому множеству.

$$A \cap B = \emptyset$$

Чтобы найти **вероятность объединения несовместных событий**, необходимо сложить вероятности каждого события.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Исходя определения несовместных событий, события называются **совместными**, если они могут происходить одновременно.

Чтобы найти **вероятность объединения совместных событий**, необходимо сложить вероятности каждого события и вычесть пересечение этих событий.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Задание 7. Два ученика независимо друг от друга решают одну задачу.

Событие A_1 – первый ученик решит задачу;

Событие A_2 – второй ученик решит задачу.

Запишите события, состоящие в том, что:

- оба ученика решат задачу;
- хотя бы один из учеников решит задачу;
- оба ученика не решат задачу;
- только первый ученик решит задачу;
- только один ученик решит задачу.

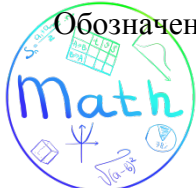
Задание 8. Среди событий, связанных с одним бросанием игральной кости, найти пары совместных и пары несовместных событий.

A – выпало 4 очка;

B – выпало 1 очко;

C – выпало более 3 очков;

D – выпало число очков, кратное двум.



Задание 9. События А и В несовместные. Найдите вероятность их объединения:

а) $P(A) = 0,3, P(B) = 0,5$

б) $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{3}{7}$

Задание 10. Могут ли быть события А и В несовместными, если:

а) $P(A) = 0,75, P(B) = 0,1$

б) $P(A) = 0,6, P(B) = 0,4$

в) $P(A \cup B) = 0,47$

Задание 11. Вычислите $P(A \cup B)$, если:

а) $P(A) = 0,7, P(B) = 0,65, P(A \cap B) = 0,25$

б) $P(A) = 0,35, P(B) = 0,9, P(A \cap B) = 0,1$

Задание 12. Вычислите вероятность пересечения событий А и В, если:

а) $P(A) = 0,6, P(B) = 0,5, P(A \cup B) = 0,7$

б) $P(A) = 0,78, P(B) = 0,64, P(A \cup B) = 0,87$

