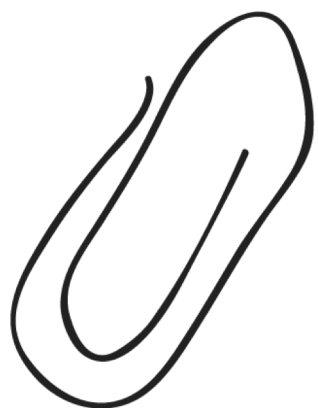
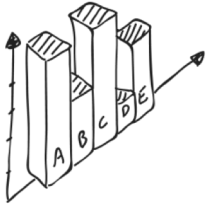




Операции над событиями





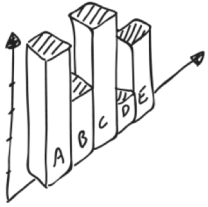
Теория вероятностей – это область математики, которая изучает случайные события и общие свойства событий, процессов.

Случайным событием называется событие, которое при осуществлении некоторых условий может произойти или не произойти.

Примеры случайных событий:

- попадание при выстреле по мишеням
- при броске кубика выпало меньше 3 очков
- выигрыш в лотерею
- вероятность дождя завтра



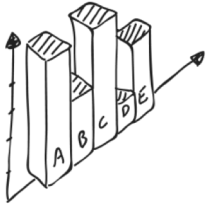


Событие, которое не может произойти, называется **невозможным событием**.

Событие, которое происходит всегда, называется **достоверным событием**.

Вопрос 1. Приведите примеры случайный, достоверных и невозможных событий из вашего жизненного опыта.



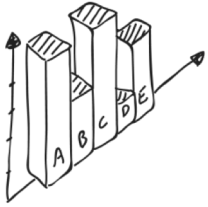


В теории вероятностей **события** **обозначаются** большими буквами латинского алфавита – A, B, C ... Также могут использоваться индексы – $A_1, A_2, A_3 \dots$

Элементарные события – это события, которые нельзя разделить на более простые.

Вопрос 2. Сколько будет элементарных событий при двукратном подбрасывании кубика?



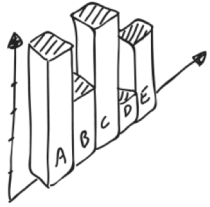


Элементарные события, шансы которых одинаковые, будем называть **равновозможными**.

Элементарные события, благоприятствующие событию A – это элементарные события, при которых наступает событие A .

Случайное событие может иметь несколько благоприятствующих элементарных событий.





Вероятность события A – это отношение числа благоприятствующих исходов к общему числу возможных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где $P(A)$ – это вероятность события A ;

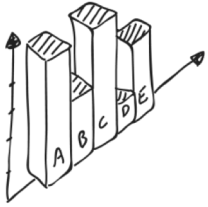
m – число исходов благоприятствующих событию A ;

n – общее число исходов.

Исходя из определения, значение вероятности события есть положительное число, заключенное между 0 и 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$





Пример 1 на вычисление вероятности:

В магазине 15 видов сока, 3 яблочных, 8 апельсиновых и 4 томатных. Найдите вероятность того, что выбранный наугад сок окажется яблочным

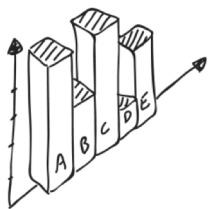
Событие A – выбран яблочный сок

Количество исходов, благоприятствующих событию A – 3.

Общее число исходов – 15.

Найдем вероятность – $P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$





Пример 2 на вычисление вероятности:

В соревнованиях по велоспорту участвуют 8 спортсменов из Архангельской области, 7 спортсменов из Тюменской области, 1 из Самарской области и 4 из Ленинградской области. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Тюменской области.

Решение:

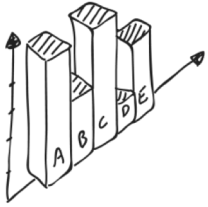
Событие В – первым стартует спортсмен из Тюменской области

Количество исходов, благоприятствующих событию В – 7.

Общее число исходов – 20.

Найдем вероятность – $P(A) = \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35$

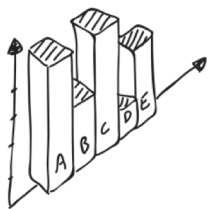




Свойства вероятности:

1. Вероятность достоверного события A равна 1.
 $P(A) = 1$
2. Вероятность невозможного события A равна 0.
 $P(A) = 0$
3. Сумма вероятностей элементарных событий равна 1.
 $A_1, A_2, \dots, A_n$ – элементарные события, тогда $A_1 + A_2 + \dots + A_n = 1$





Рассмотрим применение 3 свойства на примере 3.

Случайны опыт может закончиться одним из четырех элементарных событий A, B, C, D.

Известно, что $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(C) = \frac{1}{5}$.

Найдите вероятность события D.

Решение:

Согласно 3 свойству $P(A) + P(B) + P(C) + P(D) = 1$, выражаем $P(D)$.

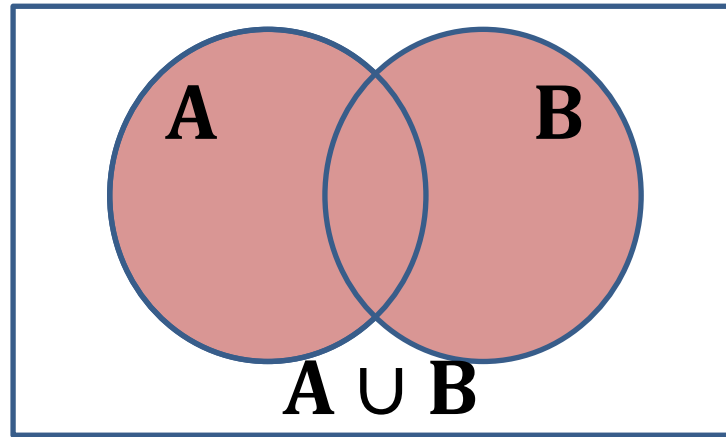
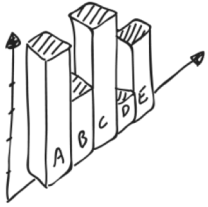
$$P(D) = 1 - (P(A) + P(B) + P(C))$$

$$P(D) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$$

$$P(D) = 1 - \frac{47}{60}$$

$$P(D) = \frac{13}{60}$$





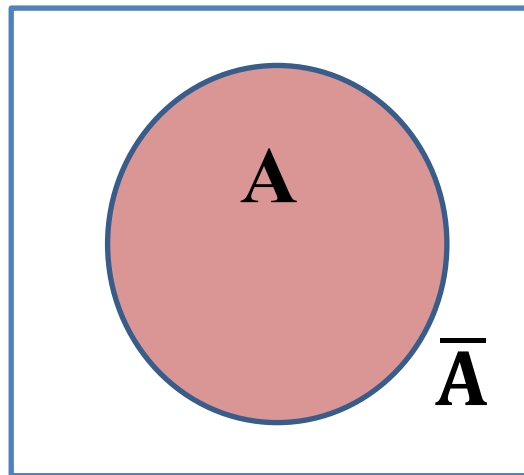
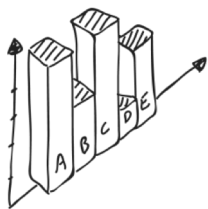
Суммой (объединением) событий A и B называют событие C , состоящее в появлении в ходе одного испытания или события A , или события B , или события A и события B одновременно.

Обозначение: $C = A + B$ или $C = A \cup B$





Событие В – работает второй автомат



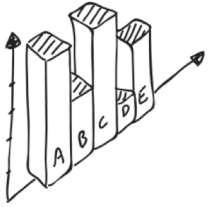
Событие, **противоположное событию A** , – это событие, которому благоприятствуют все элементарные события, не благоприятствующие событию A .

Обозначение – $\bar{A}$ (читается не A).

На диаграмме оранжевым показано событие A , белом событие $\bar{A}$.

Пример 5. Если событие A – это «попадание в цель при выстреле», то событие $\bar{A}$ – «промах при выстреле».





События A и $\bar{A}$ называются
**взаимно противоположными или
дополнениями друг для друга.**

Пример 6. Бросают игральную кость. Рассмотрим событие A – выпало количество очков, большее 3.

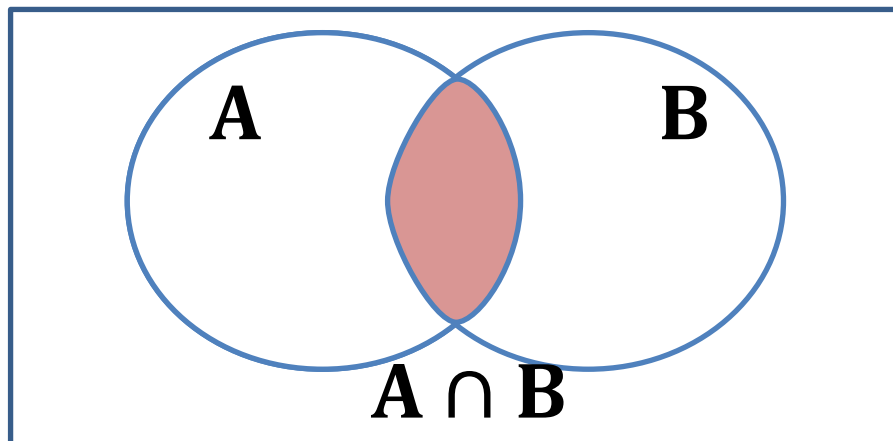
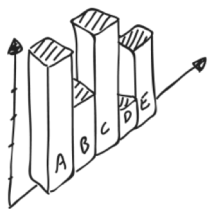
Благоприятствующие элементарные события – «выпало четыре очка», «выпало пять очков», «выпало шесть очков».

Не благоприятствующие, то есть произошло событие $\bar{A}$ – «выпало одно очко», «выпало два очка», «выпало три очка».

Одновременно событие A и событие $\bar{A}$ произойти не могут, но какое-то из них точно произойдет.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

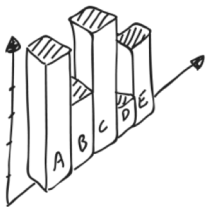




Произведением (пересечением) событий A и B называется событие C , которое состоит в осуществлении при единичном испытании и события A и события B .

Обозначение: $C = A \cdot B$ или $C = A \cap B$





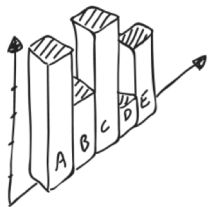
Пример 7. Рассмотрим пример с торговыми автоматами. В торговом центре установлены 2 торговых автомата.

Событие A – работает первый автомат

Событие B – работает второй автомат

Событие $A \cap B$ – работает два автомата (нам подходит только случай, когда одновременно работают и первый, и второй автомат).





События A и B называются **несовместными**, если они не имеют общих благоприятствующих элементарных событий.

Если события A и B несовместные, то их пересечение равно пустому множеству.

$$A \cap B = \emptyset$$

Пример 8. События «ученик Туманов получил 5 в году по физике» и «ученик Туманов получил 4 в году по физике» являются несовместными.





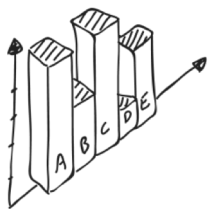
Пример 9. Вычисление вероятности объединения несовместных событий.
Кубик бросают один раз.

Найдите $P(A \cup B)$.

А событию В – выпадение 4 очков.

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

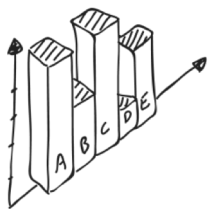




Исходя определения несовместных событий, события называются **совместными**, если они могут происходить одновременно.

Пример 10. События «ученик Туманов получил 5 за год по физике» и «ученик Ложкин получил 4 за год по физике» являются совместными.





Чтобы найти **вероятность объединения совместных событий**, необходимо сложить вероятности каждого события и вычесть пересечение этих событий.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Пример 11. Вычисление вероятности объединения несовместных событий. Кубик бросают один раз.

Событие А – нечетное число очков

Событие В – выпало количество очков кратное 3

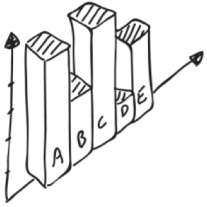
Найдите $P(A \cup B)$.

Решение: данные события являются совместными. Так как событию А благоприятствуют 3 элементарных события – выпадение 2, 4 или 6.

А событию В – выпадение 3 или 6 очков. Значит, в событии $A \cap B$ – одно элементарное событие выпало 6 очков.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$
$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$





**Вопрос 3. Приведите
примеры совместных и
несовместных событий.**

