**Задание 15. Финансовая математика — профильный ЕГЭ по математике**

Задание 15 Профильного ЕГЭ по математике — «экономическая» задача. Как вы уже поняли, речь пойдет о деньгах. О кредитах и вкладах. О ситуациях, где нужно узнать, при каких значениях переменной будет максимальна прибыль или минимальны издержки. С 2022 года задание 15 оценивается на ЕГЭ в 2 первичных балла.

**В этой статье:**

*Как научиться решать «экономические» задачи. С чего начать.*

*Две схемы решения задач на кредиты и как их распознать.*

*Комбинированные задачи.*

*В чем основная сложность «экономической» задачи.*

*Задания на оптимальный выбор. В том числе — с применением производной.*

Если материал покажется вам сложным — вернитесь к теме [«Задачи на проценты»](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/zadachi-ege-na-procenti/) из первой части ЕГЭ по математике.

**Надеемся, что вы уже сейчас сможете ответить на такие вопросы:**

1. *Что принимается за 100%?*
2. *Величина х увеличилась на p%. Как это записать?*
3. *Величина y дважды уменьшилась на р%. Как это записать?*

Ответы на вопросы, а также подготовительные задачи — в статье [«Задача 17 Профильного ЕГЭ по математике. Кредиты и вклады. Начисление процентов»](https://ege-study.ru/zadacha-17-profilnogo-ege-po-matematike-kredity-i-vklady-nachislenie-procentov/). Повторите эту тему.

**Запомним, что есть всего две схемы решения задач на кредиты**

Первая схема: кредит погашается равными платежами. Или известна информация о платежах. Подробно [здесь](https://ege-study.ru/zadacha-17-profilnogo-ege-po-matematike-kredity-sxema-1-izvestna-informaciya-o-platezhax/).

Вторая схема: равномерно уменьшается сумма долга. Или дана информация об изменении суммы долга. Подробно [здесь](https://ege-study.ru/zadacha-17-profilnogo-ege-po-matematike-kredity-sxema-2-izvestna-informaciya-ob-izmenenii-summy-dolga/).

В задачах первого типа обычно применяется [**формула для суммы геометрической прогрессии**](https://ege-study.ru/materialy-ege/geometricheskaya-progressiya-v-zadachax-ege-po-matematike/). В задачах второго типа — [**формула суммы арифметической прогрессии**](https://ege-study.ru/materialy-ege/arifmeticheskaya-progressiya-v-zadachax-ege-po-matematike/)**.**

Посмотрите, чем эти схемы отличаются друг от друга. На какие ключевые слова в условии надо обратить внимание.

Потому что первое, что надо сделать, когда решаете «экономическую» задачу на кредиты или вклады, — определить, к какому типу она относится.

Давайте потренируемся.

*1. 31 декабря 2014 года Аристарх взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Аристарх переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Аристарх выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?*

Конечно, это задача первого типа. Есть информация о платежах. В условии сказано, что Аристарх выплатит долг четырьмя равными платежами.

Введем обозначения:

 тыс. рублей - сумма долга. Расчеты будем вести в тысячах рублей.

 - процент банка,

- коэффициент, показывающий, во сколько раз увеличилась сумма долга после начисления процентов,

 — сумма ежегодного платежа.

Составим схему погашения кредита. Заметим, что здесь 4 раза (то есть в течение 4 лет) повторяются одни и те же действия:

- сумма долга увеличивается в  раз;

- Аристарх вносит на счет сумму  в счет погашения кредита, и сумма долга уменьшается на .

Вот что получается:



Раскроем скобки:



Что у нас в скобках? Да, это геометрическая прогрессия, и ее проще записать как

. В этой прогрессии первый член равен 1, а каждый следующий в k раз больше предыдущего, то есть знаменатель прогрессии равен k.

Применим формулу суммы геометрической прогрессии:

 И выразим из этой формулы .

 Что же, можно подставить численные данные. Стараемся, чтобы наши вычисления были максимально простыми. Поменьше столбиков! Например, коэффициент k лучше записать не в виде десятичной дроби 1,125 — а в виде обыкновенной дроби , Иначе у вас будет 12 знаков после запятой!

И конечно, не спешить возводить эту дробь в четвертую степень или умножать на S = 6902000 рублей.



 тыс.руб.

Ответ: 2296350 рублей.

Вот следующая задача.

*2. Жанна взяла в банке в кредит 1,8 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 1 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернёт банку в течение первого года кредитования?*

В этой задаче сумма долга уменьшается равномерно — задача второго типа.

Пусть S — первоначальная сумма долга, S = 1800 тысяч рублей.

Нарисуем схему начисления процентов и выплат. И заметим некоторые закономерности.

Как обычно, 



Сумма долга уменьшается равномерно. Можно сказать — равными ступеньками. И каждая ступенька равна  После первой выплаты сумма долга равна  после второй 

Тогда первая выплата  вторая выплата,



Последняя в году выплата 

Сумма всех выплат в течение первого года:



В первой «скобке» — сумма 12 членов арифметической прогрессии, в которой   Обозначим эту сумму 



Во второй скобке — также сумма 12 членов арифметической прогрессии, в которой  Эту сумму обозначим 



Общая сумма выплат за год:


 тыс. рублей.

Ответ: 1066500 рублей.

Еще одна задача — комбинированная. Здесь мы рисуем такую же схему выплаты кредита, как в задачах второго типа.

*3. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:*

*− каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;*

*− с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;*

*− в июле 2017, 2018 и 2019 долг остаётся равным S тыс. рублей;*

*− выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 625 тыс. рублей;*

*− к июлю 2021 долг будет выплачен полностью.*

*Найдите общую сумму выплат за пять лет.*

Введем переменные:  тысяч рублей. Рисуем схему погашения кредита:



Общая сумма выплат:  Кроме того, долг был полностью погашен последней выплатой .

Это значит, что  и тогда


 тысяч рублей.

Ответ: 1925 тыс. рублей.

Но не только задачи на кредиты и вклады могут встретиться в задании 15 Профильного ЕГЭ по математике. Есть еще задачи на оптимальный выбор. Например, нужно найти максимальную прибыль (при соблюдении каких-либо дополнительных условий), или минимальные затраты. Сначала в такой задаче нужно понять, как одна из величин зависит от другой (или других). Другими словами, нужна та функция, наибольшее или наименьшее значение которой мы ищем. А затем — найти это наибольшее или наименьшее значение. Иногда — с помощью производной. А если повезет и функция получится линейная или квадратичная — можно просто воспользоваться свойствами этих функций.

*4. Консервный завод выпускает фруктовые компоты в двух видах тары—стеклянной и жестяной. Производственные мощности завода позволяют выпускать в день 90 центнеров компотов в стеклянной таре или 80 центнеров в жестяной таре. Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции в каждом из видов тары должно быть выпущено не менее 20 центнеров. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена завода за 1 центнер продукции для обоих видов тары.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вид тары** | **Себестоимость, 1 центнера** | **Отпускная цена, 1 центнера** |
| *стеклянная* | *1500 руб* | *2100 руб* |
| *жестяная* | *1100 руб* | *1750 руб* |

*Предполагая, что вся продукция завода находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль завода за один день (прибылью называется разница между отпускной стоимостью всей продукции и её себестоимостью).*

По условию, завод не может выпускать компот только в стеклянных банках или только в жестяных — должны быть и те, и другие.

Пусть x — доля мощностей завода, занятых под поизводство компотов в стеклянных банках, а y — доля мощностей, занятых под производство компотов в жестяных банках, Тогда x+y=1. (Например, х=0,3 и у = 0,7 — то есть 30% производства — это компот в стеклянных банках, а 70% - компот в жестяных банках).

Если бы завод выпускал только компот в стеклянных банках, их бы получилось 90 центнеров в сутки. Однако выпускаются и те, и другие, и компотов в стеклянных банках производится 90x центнеров, а в жестяных банках - 80y центнеров в сутки.

Составим таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Вид тары** | **Доля в общем количестве** | *Производится в сутки* | **Прибыль за 1 центнер** |
| *стеклянная* | *x* | *90x* | *2100 - 1500 = 600 руб* |
| *жестяная* | *y* | *80y* | *1750 - 1100 = 650 руб* |

Общая прибыль завода за сутки равна 

По условию,  и , то есть  и 

Нужно найти наибольшее значение выражения  при выполнении следующих условий:



Подставим  в выражение для прибыли завода за сутки. Получим, что она равна  Это линейная функция от x. Она монотонно возрастает и свое наибольшее значение принимает при  Тогда  и максимально возможная прибыль завода за день равна

 руб.

Ответ: 53500 руб.