**Урок – Алгебра**

**Учитель – Камбиева М.А.**

**Амина, внимательно изучи ниже предложенные темы. Выполни все задания, которые предложены на оценку и по мере выполнения высылай на почту** [**m.srukova@mail.ru**](mailto:m.srukova@mail.ru)**. В случае возникновения вопросов также пиши на почту!**

**У р о к 1   
Определение числового неравенства**

**Цели:** повторить правила сравнения чисел; ввести определение понятия числового неравенства; формировать умение использовать данное определение для сравнения чисел и доказательства неравенств.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Актуализация знаний.**

Необходимо вспомнить с учащимися материал о сравнении действительных чисел. Напоминаем, что геометрически определению понятий «больше» и «меньше» соответствует взаимное расположение точек на координатной прямой: из двух чисел больше то, которое на координатной прямой расположено правее, и меньше то, которое расположено левее. Используя координатную прямую, учащимся следует помнить, что всякое отрицательное число меньше нуля. Затем повторяем правила сравнения чисел:

1. Всякое отрицательное число меньше любого положительного числа.

2. Из двух дробей с одинаковым знаменателем больше та, у которой больше числитель.

Отсюда следует, что для сравнения обыкновенных дробей, необходимо сперва привести их к общему знаменателю.

3. Из десятичных дробей больше та, у которой больше целая часть. Если целые части совпадают, то сравниваем в разрядах десятых, сотых, тысячных и т. д., пока не «увидим» большую цифру в разряде.

4. Чтобы сравнить обыкновенную и десятичную дроби, приведём обыкновенную дробь к десятичной и сравним две десятичные дроби.

5. Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

**III. Объяснение нового материала.**

1. После актуализации знаний возникает потребность в таком способе сравнения, который позволил бы охватить все рассмотренные числа. Удобнее и проще всего проводить сравнение числа с нулём, поэтому вводится следующее о п р е д е л е н и е: число *а* больше числа *b*, если разность *а* – *b* – положительное число; число *а* меньше числа *b*, если разность *а* – *b* – отрицательное число.

Замечаем, что если разность *а* – *b* равна нулю, то числа *а* и *b* равны.

2. Рассматриваем рис. 22 на с. 153 ученика и получаем геометрическую интерпретацию нового определения.

3. Разбираем пример № 1 на с. 153 учебника. Можно предложить учащимся составить другую разность – между правой и левой частями неравенства. После преобразования получится положительное число. Просим учащихся сделать соответствующий вывод.

**VI. Формирование умений и навыков.**

Все у п р а ж н е н и я, решаемые на этом уроке, можно разделить на д в е г р у п п ы:

1) на непосредственное применение определения числового неравенства (сравнение чисел);

2) на доказательство числовых неравенств (определение верности неравенства при любом значении, входящей в его запись буквы).

1. № 724, № 725 (устно).

2. № 726.

Р е ш е н и е

При *а* = –5

3*а*(*а* + 6) = 3 · (–5) (–5 + 6) = –15,

(3*а* + 6)(*а* + 4) = (3 ·(–5) + 6)(–5 + 4) = –9;

значит, 3*а*(*а* + 6) < (3*а* + 6)(*а* + 4).

При *а* = 0

3*а* (*а* + 6) = 3 · 0 (0 + 6) = 0,

(3*а* + 6) (*а* + 4) = (3 · 0 + 6) (0 + 4) = 24;

значит, 3*а*(*а* + 6) < (3*а* + 6)(*а* + 4).

При *а* = 40

3*а* (*а* + 6) = 3 · 40 (40 + 6) = 5520,

(3*а* + 6) (*а* + 4) = (3 · 40 + 6) (40 + 4) = 5544;

значит, 3*а*(*а* + 6) < (3*а* + 6)(*а* + 4).

Докажем, что 3*а*(*а* + 6) < (3*а* + 6)(*а* + 4) при любом значении *а*. Составим разность выражений:

3*а*(*а* + 6) – (3*а* + 6)(*а* + 4) = 3*а*2 + 18*а* – 3*а*2 – 12*а* – 6*а* – 24 = –24.

При любом *а* рассматриваемая разность отрицательна, значит, 3*а*(*а* +  
+ 6) < (3*а* + 6)(*а* + 4).

3. № 728 (а, б), № 729 (а, г), № 730 (а, в).

Р е ш е н и е

№ 728.

а) 3(*а* + 1) + *а* – 4(2 + *а*) = 3*а* + 3 + *а* – 8 – 4*а* = –5 < 0, значит, неравенство верно при любом значении *а*.

б) (7*p* – 1)(7*p* + 1) – 492 = 49*p*2 – 1 – 49*p*2 = –1 < 0, значит, неравенство верно при любом значении *р*.

№ 729.

а) 2*b*2 – 6*b* + 1 – 2*b*(*b* – 3) = 2*b*2 – 6*b* + 1 – 2*b*2 + 6*b* = 1 > 0, значит, неравенство верно при любом значении *b*.

г) 8*y*(3*y* – 10) – (5*y* – 8)2 = 24*y*2 – 80*y* – 25*y*2 + 80*y* – 64 = –*y*2 – 64 = –(*y*2 +  
+ 64) < 0, значит, неравенство верно при любом значении *у*.

Надо обратить внимание учащихся, что если *у*2 + 64 > 0 для любого *у*, то противоположное ему по значению выражение –(*у*2 + 64) < 0.

№ 730.

а) 4*x*(*x* + 0,25) – (2*x* + 3)(2*x* – 3) = 4*x*2 + *x* – 4*x*2 + 9 = *x* + 9.

Выражение может быть как положительным, так и отрицательным, а также равным нулю в зависимости от *х*, значит, неравенство не верно при любых *х*.

в) (3*x* + 8)2 – 3*x*(*x* + 16) = 9*x*2 + 48*x* + 64 – 3*x*2 – 48*x* = 6*x*2 + 64 > 0, значит, неравенство верно при любом значении *х*.

4. № 732 (а, б).

Р е ш е н и е

а) 10*а*2 – 5*а* + 1 – *а*2 – *а* = 9*а*2 – 6*а* + 1 = (3*а* – 1)2 ≥ 0, значит, неравенство верно при любом значении *а*.

б) 50*а*2 – 15*а* + 1 – *а*2 + *а* = 49*а*2 – 14*а* + 1 = (7*а* – 1)2 ≥ 0, значит, неравенство верно при любом значении *а*.

**VII. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Сформулируйте правила сравнения положительных чисел, отрицательных, разного знака.

– Сформулируйте правила сравнения обыкновенных дробей, десятичных.

– Сформулируйте универсальный способ сравнения чисел. Приведите геометрическую интерпретацию.

**Домашнее задание:** № 727, № 728 (в, г), № 729 (б, в), № 730 (б, г), № 745 (а).

**У р о к 2   
Доказательство числовых неравенств**

**Цели:** продолжить формирование умения доказывать числовое неравенство по его определению; формировать умение решать задачи на составление и доказательство числового неравенства.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Проверочная работа.**

**В а р и а н т 1**

Доказать неравенство:

1) (6*y* – 1)(*y* + 2) < (3*y* + 4)(2*y* + 1);

2) 4(*x* + 2) < (*x* + 3)2 – 2*x*.

Р е ш е н и е

**В а р и а н т 1**

1) (6*y* – 1)(*y* + 2) – (3*y* + 4)(2*y* + 1) = 6*y*2 + 12*y* – *y* – 2 – 6*y*2 – 3*y* – 8*y* – 4 =  
= –6 < 0, значит, неравенство верно при любом значении *у*.

2) 4(*x* + 2) – (*x* + 3)2 + 2*x* = 4*x* + 8 – *x*2 – 6*x* – 9 + 2*x* = –*x*2 – 1 =  
= –(*x*2 + 1) < 0, значит, неравенство верно при любом значении *х*.

**В а р и а н т 2 (выполнить на оценку)**

Доказать неравенство:

1) (3*y* – 1)(2*y* + 1) > (2*y* – 1)(2 + 3*y*);

2) (*x* – 5)2 + 3*x* > 7(1 – *x*).

**IV. Формирование умений и навыков.**

1. Разобрать пример 2 со с. 153–154 учебника.

2. № 731 (а, в).

Р е ш е н и е

а) *a*(*a* + *b*) – *ab* = *a*2 + *ab* – *ab* = *a*2 ≥ 0 при любом значении *а*, значит, неравенство верное.

в) 2*bc* – *b*2 – *c*2 = –(*b*2 – 2*bc* + *c*2) = –(*b* – *c*)2 ≤ 0 при любых значениях *b* и *c*, значит, неравенство верное.

3. № 733.

Р е ш е н и е



 ≥ 0  
при *а* > 0 (так как (*а* – 2)2 ≥ 0 и *а* > 0), значит, неравенство верное при любом положительном *а*.

4. № 735 (б), № 736 (а), № 737.

Р е ш е н и е

№ 735.

б)  ≤ 0  
(так как (*с* – 1)2  0, *с*2 + 1 > 0), значит, неравенство верное при любом значении *с*.

№ 736.

а) *а*2 – 6*а* + 14 = *а*2 – 2 ∙ 3 ∙ *а* + 9 + 5 = (*а* – 3)2 + 5 > 0 при любом значении *а*.

№ 737. Предложить выполнить по вариантам (4 варианта) и дать общий ответ.

1) *а*2 – 2*а* + 3 = *а*2 – 2 ∙ 1 ∙ *а* + 1 + 2 = (*а* – 1)2 + 2 > 0 при любых значениях *а*.

2) *а*2 + 6 – 4*а* = *а*2 – 2 ∙ 2 ∙ *а* + 4 + 2 = (*а* – 2)2 + 2 > 0 при любых значениях *а*.

3) 4*а* – 4 – *а*2 = –(*а*2 – 2 ∙ 2 ∙ *а* + 4) = –(*а* – 2)2 ≤ 0, значит, не является верным при любом значении *а*.

4) 8*а* – 70 – *а*2 = –(*а*2 – 2 ∙ 4 ∙ *а* + 16 + 54) = –((*а* – 3)2 + 54) < 0 при любых значениях *а*.

О т в е т: 3.

5. № 738 (а, в), № 739, № 741.

Предлагаемые упражнения достаточно сложные и предполагают осознанное применение правила сравнения чисел.

Р е ш е н и е

№ 738.

Пусть *a* и *b* – положительные числа и *а*2 > *b*2.

По определению *а*2 – *b*2 > 0. Разложим левую часть неравенства на множители: (*а* – *b*)(*а* + *b*) > 0.

Сомножитель *a* + *b* > 0 (так как *a* > 0 и *b* > 0), значит, и сомножитель *a* – *b* > 0, то есть *a* > *b*, что и требовалось доказать.

а) Составим разность квадратов чисел:

(+)2 – (+)2 = 6 + 2+ 3 – 7 – 2– 2 =  
= 2(–) > 0.

Значит, по доказанному выше свойству: + > +.

в) (– 2)2 – (–)2 = 5 – 4+ 4 – 6 + 2– 3 = 2–  
– 2= 2(–) < 0.

Значит, по доказанному выше свойству: – 2 < –.

№ 741.

Даны числа 0; 1; 2; 3. Получили числа *k*; *k* + 1; *k* + 2; *k* + 3. Сравним произведения *k* · (*k* + 3) и (*k* + 1)(*k* + 2). Составим разность этих выражений:

*k*(*k* + 3) – (*k* + 1)(*k* + 2) = *k*2 + 3*k* – *k*2 – 2*k* – *k* – 2 = –2 < 0, значит, *k* · (*k* +  
+ 3) < (*k* + 1)(*k* + 2) при любом значении *k*.

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Дайте определение числового неравенства.

– Сформулируйте универсальное правило сравнения двух чисел.

– Какие выражения называются средним арифметическим, средним геометрическим, средним гармоническим двух чисел? Каким соотношением они связаны?

**Домашнее задание:** № 735 (а), № 736 (б), № 738 (б, г), № 740.

**У р о к 3  
Теоремы, выражающие свойства  
числовых неравенств**

**Цели:** изучить теоремы, выражающие свойства числовых неравенств; формировать умения применять теоремы-свойства при решении задач.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Сравните числа:

а)  и ; в)  и ;

б) 0,4 и ; г)  и –0,75.

2. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

а) 1547 ∙  и 1547 ∙ ; в) 289 ∙ 17 и 289 : ;

б) 2187 :  и 2187 ∙ ; г) 156,4 : 0,2 и 156,4 · 0,2.

3. Сравните выражения:

а) *а*2 + 25 и 10*а*; б) *b*2 + 5 и 2*b* + 3.

**III. Объяснение нового материала.**

1. «Открытие» свойств числовых неравенств.

2. Формулировка и доказательство теорем, выражающих свойства числовых неравенств.

Разобрать доказательство четырёх теорем согласно пункту учебника.

3. Прочитать правило (формулировка теоремы 4) на с. 158 учебника. Обратить внимание на важность знания этой теоремы для решения неравенств с одной переменной.

**IV. Формирование умений и навыков.**

1. № 746, № 748.

Эти упражнения на применение теорем 1 и 2.

2. № 749 (а, в), № 750 (б, г), № 751 (а, в, е).

Р е ш е н и е

№ 749.

а) *a* – 3 > *b* – 3; *a* – 3 + 3 > *b* – 3 + 3; *a* > *b* (по Т3).

*a* > *b* и *b* > 4, то *a* > 4 (по Т2). Значит, *a* и *b* – положительные числа.

в) 7*a* > 7*b*; 7*a* : 7 > 7*b* : 7; *a* > *b* (по Т4).

*a* > *b* и *b* > , то *a* >  (по Т2). Значит, *a* и *b* – положительные числа.

№ 750.

б) 5 > –3; 5 – 2 > –3 – 2; 3 > –5.

5 > –3; 5 – 12 > –3 – 12; –7 > –15.

5 > –3; 5 – (–5) > –3 – (–5); 10 > 2.

г) 15 > –6; 15 : 3 > –6 : 3; 5 > –2.

15 > –6; 15 : (–3) < –6 : (–3); –5 < 2.

15 > –6; 15 : (–1) < –6 : (–1); –15 < 6.

№ 751.

а) *a* < *b*; *a* + 4 < *b* + 4;

в) *a* < *b*; 8*a* < 8*b*;

е) *a* < *b*; *a* : (–1) > *b* : (–1); –*a* > –*b*.

3. № 752 (устно), № 753 (устно).

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Сформулируйте основные свойства числовых неравенств.

– Если к обеим частям верного неравенства прибавить отрицательное число, то получится ли верное неравенство?

– Можно ли обе части верного неравенства домножить на отрицательное число, чтобы получилось верное неравенство? Какое ещё условие необходимо соблюсти?

– Если *a* < *b* и *b* > 4. Можно ли утверждать, что *a* > 4?

**Домашнее задание:** № 747, № 749 (б, г), № 750 (а, в), № 751 (б, г, д), № 764 (а, в).

**У р о к 3  
Использование свойств числовых  
неравенств при оценке значения выражения**

**Цели:** закрепить знание теорем, выражающих основные свойства числовых неравенств; формировать умение применять изученные свойства при оценке значения выражения.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Сформулируйте теоремы, выражающие основные свойства числовых неравенств. Для каждой теоремы приведите примеры.

2. На основании какого свойства можно утверждать, что если *x* < *y*, то:

а) *x* + 20 < *y* + 20; б) *x* – 20 < *y*; в) *y* > *x*;

г) *x* < *y*; д) –3*x* > –3*y*; е) .

3. Каков знак числа *а*, если:

а) 7*a* > 2*a*; б) –5*a* < –3*a*; в) 5*a* < 4*a*.

**III. Проверочная работа.**

**В а р и а н т 1**

1. Зная, что *b* > *a*, *c* < *a* и *d* > *b*, сравните числа *a* и *d*; *b* и *c*.

2. Сравните с нулём числа *a* и *b*, если известно, что:

а) *a* + 5 > *b* + 5 и *b* > 0,5; б) –12*a* > –12*b* и *b* < –1.

**IV. Формирование умений и навыков.**

1. № 754 устно.

2. № 755.

Р е ш е н и е

*a,* *b*, *c*, *d* – положительные числа, значит, если:

1) *a* > *b*, то ;

2) *d* < *b*, то ;

3) *c* > *a*, то .

Имеем: .

О т в е т: .

3. Известно, что *a* > *b*. Расположите в порядке возрастания числа:  
*a* + 2; *b* – 8; *a* + 11; *b*; *b* – 6; *a*.

Р е ш е н и е

*a* + 2 > *a*, так как *a* + 2 – *а* = 2 > 0;

*a* + 11 > *a* + 2, так как *a* + 11 – (*a* + 2) = *a* + 11 – *а* – 2 = 9 > 0;

*b* – 6 < *b*, так как *b* – 6 – *b* = –6 < 0;

*b* – 8 < *b* – 6, так как *b* – 8 – (*b* – 6) = *b* – 8 – *b* + 6 = –2 < 0.

Имеем: *a* + 11 > *a* + 2; *a* + 2 > *a*; *a* > *b*; *b* > *b* – 6; *b* – 6 > *b* – 8.

О т в е т: *b* – 8; *b* – 6; *b*; *а*; *a* + 2; *a* + 11.

4. Перед выполнением следующих заданий следует напомнить учащимся, что неравенства одного знака *a* < *b* и *b* < *c* можно записать в виде двойного неравенства *a* < *b* < *c*.

Следует проанализировать, как можно преобразовать двойное числовое неравенство, используя свойства числовых неравенств. Особое внимание уделить видоизменению неравенства при умножении на отрицательное число («переворачиваем» неравенство).

Метод оценивания значения числового выражения следует разобрать на примере со с. 158 учебника.

№ 757.

Р е ш е н и е

3 < *a* < 4.

а) 3 ∙ 5 < *a* ∙ 5 < 4 ∙ 5; 15 < 5*a* < 20.

б) 3 ∙ (–1) < *a* ∙ (–1) < 4 ∙ (–1); –4 < –*a* < –3.

в) 3 + 2 < *a* + 2 < 4 + 2; 5 < *a* + 2 < 6.

г) 5 – *а* = –1 · *а* + 5, значит, –4 + 5 < –*а* + 5 < –3 + 5; 1 < 5 – *a* < 2.

д) 3 ∙ 0,2 < 0,2*а* < 4 ∙ 0,2; 0,6 + 3 < 0,2*а* + 3 < 0,8 + 3; 3,6 < 0,2 + 3 < 3,8.

№ 759.

Р е ш е н и е

1,4 << 1,5.

а) 1,4 + 1 <+ 1 < 1,5 + 1; 2,4 <+ 1 < 2,5.

б) 1,4 – 1 <– 1 < 1,5 – 1; 0,4 <– 1 < 0,5.

в) 2 –= (–1) · + 2; 1,4 · (–1) > (–1) · > 1,5 · (–1);

–1,5 < –< –1,4; –1,5 + 2 < –+ 2 < –1,4 + 2; 0,5 < 2 –< 0,6.

№ 762.

При выполнении этого упражнения используем следствие теоремы 4. Обращаем особое внимание учащихся, что утверждение справедливо только для положительных чисел.

Р е ш е н и е

а) 5 < *y* < 8, значит, , то есть .

б) 0,125 < *y* < 0,25,  < *y* < , значит, 8 >  > 4, то есть 4 <  < 8.

5. № 761.

В этом упражнении демонстрируется практическое применение свойств числовых неравенств.

Р е ш е н и е

а) Пусть *а* см – сторона квадрата, тогда *Р* = 4*а* см – периметр квадрата.

5,1 ≤ *а* ≤ 5,2; 5,1 · 4 ≤ 4*а* ≤ 5,2 · 4; 20,4 ≤ 4*а* ≤ 20,8.

б) Пусть *Р* см – периметр квадрата, тогда *а* =  см – сторона квадрата.

15,6 ≤ *Р* ≤ 15,8; 15,6 : 4 ≤  ≤ 15,8 : 4; 3,85 ≤ *а* ≤ 3,95.

О т в е т: а) 20,4 ≤ 4*а* ≤ 20,8; б) 3,85 ≤ *а* ≤ 3,95.

6. Данное упражнение более сложное по сравнению с предыдущим и носит развивающий характер.

Пусть *а* и *b* – отрицательные числа. Верно ли, что:

а) если *a* < *b*, то *а*2 < *b*2;

б) если *а*2 < *b*2, то *а* < *b*?

Р е ш е н и е

а) Если *a* < *b*, то *а* – *b* < 0 (I). Так как *а* и *b* – отрицательные числа, то (*а* + *b*) – отрицательное число, то есть *а* + *b* < 0. Домножим обе части неравенства I на (*а* + *b*), поменяв знак неравенства:

(*а* – *b*)(*а* + *b*) > 0 · (*а* + *b*);

(*а* – *b*)(*а* + *b*) > 0;

*а*2 – *b*2 > 0, значит, *а*2 > *b*2, то есть утверждение неверное.

б) *а*2 < *b*2, значит, *а*2 – *b*2 < 0; (*а* – *b*)(*а* + *b*) < 0. Разделим обе части неравенства на отрицательное число (*а* + *b*). Получаем *а* – *b* > 0; *а* > *b*,то есть утверждение – неверное.

О т в е т: а) нет; б) нет.

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Сформулируйте основные свойства числовых неравенств.

– В каком случае целесообразно записать неравенства в виде одного двойного неравенства?

– Каким образом используют основные свойства числовых неравенств при оценке значения выражения?

**Домашнее задание.**

1. № 758, № 760.

**У р о к 4  
Теоремы о почленном сложении  
и умножении неравенств**

**Цели:** изучить формулировки и доказательства теорем о почленном сложении и умножении неравенств; формировать умения применять данные теоремы при решении задач.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Проверочная работа.**

**В а р и а н т 1 (Выполнить на оценку)**

1. Известно, что 10 < *a* < 16. Оцените значение выражения:

а) *a*; б) –3*а*; в) *а* – 16.

2. Известно, что 2,2 << 2,3. Оцените значение выражения:

а) 5; б) –; в) 3 +; г) 3 –.

**III. Объяснение нового материала.**

1. Для мотивации изучения теорем о сложении и умножении числовых неравенств следует предложить учащимся для решения задачи практического характера.

З а д а ч а 1. Длина прямоугольника больше 12 см, а его ширина больше 3 см. Можно ли утверждать, что периметр этого прямоугольника больше 30 см?

Р е ш е н и е

Пусть *a* и *b* – длина и сторона прямоугольника соответственно, тогда периметр равен 2*a* + 2*b*.

*a*> 12; 2*a* > 24;

*b* > 3; 2*b* > 6.

Доказать, что 2*a* + 2*b* > 30.

Учащиеся могут интуитивно сложить почленно неравенства и получить следующий результат:

2*a* + 2*b* > 24 + 6;

2*a* + 2*b* > 30.

Следует отметить, что так можно поступать, но необходимо провести доказательство, используя известные теоремы, выражающие свойства числовых неравенств.

: 2*a* > 24; 2*a* + 2*b* > 24 + 2*b*.(1).

2*b* > 6; 2*b* + 24 > 6 + 24; 24 + 2*b* > 30. (2).

Из неравенств (1)и (2) по теореме 2 следует, что 2*a* + 2*b* > 30. 

Далее просим учащихся сформулировать «открытое» ими утверждение в общем виде и записать его аналитическую модель:

|  |  |
| --- | --- |
| Если *a* < *b* и *c* < *d*, то *a* + *c* < *b* + *d.* | Теорема 5. |

Доказательство теоремы можно разобрать по учебнику, так как в нём повторяется ход рассуждений для решения задачи 1.

З а д а ч а 2. Длина прямоугольника больше 15 дм, а его ширина больше 6 дм. Можно ли утверждать, что его площадь больше 90 дм2?

Р е ш е н и е

Можно предложить учащимся провести доказательство утверждения самостоятельно по аналогии с предыдущей задачей.

Пусть *a* и *b* – длина и сторона прямоугольника, тогда его площадь равна *a* · *b*.

*a* > 15;

*b* > 6.

Доказать, что *ab* > 90.

: *a* > 15; *b* > 0, значит, *a* · *b* > 15 · *b*. (1).

*b* > 6; *b* · 15 > 6 · 15; 15*b* > 90. (2).

Из неравенств (1) и (2) по теореме 2 следует, что *ab* > 90. 

Просим учащихся дать общую формулировку утверждения. Замечаем, что теорема о почленном умножении неравенств справедлива для положительных чисел. Если среди чисел есть отрицательные, то при почленном умножении неравенств может получиться неверное неравенство. Просим учащихся привести контрпримеры. На доску выносится запись:

|  |  |
| --- | --- |
| Если *a* < *b* и *c* < *d*, где *a*, *b*, *c, d* –  положительные числа, то *ac* < *bd.* | Теорема 6. |

Доказательство разбираем по учебнику.

2. Следствие из теоремы 6 также разбираем по учебнику.

**IV. Формирование умений и навыков.**

Обращаем внимание учащихся, что для почленного сложения или умножения неравенств удобнее их записывать друг под другом.

1. № 765, № 766.

2. № 767 (а); № 768.

Р е ш е н и е

№ 767.

а) *а*2 > *b*2, значит, *а*2 – *b*2 > 0; (*a* – *b*)(*a* + *b*) > 0.

*a* и *b* – положительные числа, значит, *a* + *b* > 0. Разделим обе части неравенства на *a* + *b*, получим *a* – *b* > 0, значит, *a* > *b*.

Имеем:

*а*2 > *b*2

*a* > *b*

*а*2 · *а* > *b*2 · *b*, то есть *а*3 > *b*3.

№ 768.

|  |  |
| --- | --- |
| а) 3 < *a* < 4  4 < *b* < 5  7 < *a* + *b* < 9 | в) 3 < *a* < 4  4 < *b* < 5  12 < *ab* < 20 |

б) *a* – *b* = *а* + (–1) · *b*

4 < *b* < 5

–5 < –*b* < –4

3 < *а* < 4

3 + (–5) < *а* + (–*b*) < 4 + (–4);

–2 < *а* – *b*  < 0.

г) 

4 < *b* < 5



3 < *а* < 4



3. № 776. Задание повышенной сложности на «прямое» применение теорем 5 и 6.;

Р е ш е н и е

Запишем соотношение между средним арифметическим и средним геометрическим для всех пар чисел:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2≤ *а* + *b*  2≤ *b* + *c*  2≤ *а* + *c* |  | 2∙ 2∙ 2≤ (*а* + *b*)(*b* + *c*)(*а* + *c*);  8≤ (*а* + *b*)(*b* + *c*)(*а* + *c*); |
|  |  | 8 ∙ | *abc* | ≤ (*а* + *b*)(*b* + *c*)(*а* + *c*). |

Так как *а* ≥ 0, *b* ≥ 0, *с* ≥ 0, то | *abc* | = *abc*, значит,

8*abc* ≤ (*а* + *b*)(*b* + *c*)(*а* + *c*), то есть (*а* + *b*)(*b* + *c*)(*а* + *c*) ≤ 8*abc*.

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Сформулируйте теорему о почленном сложении неравенств.

– Сформулируйте теорему о почленном умножении неравенств. Какие ограничения накладываются на числа?

– Сформулируйте следствие из теоремы о почленном умножении неравенств.

– Можно ли применить данные теоремы к более чем двум неравенствам указанного вида?

**Домашнее задание.**

1. № 767 (б), № 769.

**У р о к 5  
Использование теорем о почленном  
умножении и сложении неравенств  
при оценке значения выражения**

**Цели:** закрепить знание теорем о почленном сложении и умножении неравенств; формировать умение применять данные теоремы для оценки значения выражения; формировать умение решать задачи повышенной трудности.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Известно, что –5 < *а* < 9. Оцените значение выражения:

а) 2*а*; б) –4*а*; в) ; г) –*а*; д) *а* + 4; е) 3 – *а*.

2. Пусть *b* – произвольное число, сравните с нулём значение выражения:

а) – *b*2 – 16; г) (*b* – 2)2 + 16;

б) 13 + *b*2; д) (15*b* – 127)2 + (1 – *b*)2.

3. Известно, что *х* > 5, *у* > 15. Оцените значение выражения:

а) *х* + *у*; б) *х* · *у*; в) 2*х* + *у*;

г) ; д) –2*ху*; е) *х*2 – 25.

**III. Формирование умений и навыков.**

1. А к т у а л и з а ц и я з н а н и й.

При выполнении устной работы учащиеся использовали теоремы о почленном сложении и умножении неравенств и следствие. Просим их сформулировать данные теоремы.

2. Р а б о т а п о у ч е б н и к у.

Теоремы о почленном сложении и умножении неравенств используются для оценки суммы, разности, произведения и частного. Разбираем примеры 1–4 на с. 162–163 учебника. Еще раз обращаем внимание на удобную запись неравенств (одного под другим) при выполнении почленного сложения либо умножения.

3. № 770.

4. Докажите, что если 0 < *а* < 7 и 0 < *b* < 3, то:

а) 5*а* + 11*b* < 70; в) *аb* + 4 < 30.

Р е ш е н и е

а) 0 < *а* < 7; 0 < 5*а* < 35

0 < *b* < 3; 0 < 11*b* < 33

0 < 5*а* + 11*b* < 68

Так как 68 < 70, то 0 < 5*а* + 11*b* < 70.

б) 0 < *а* < 7;

0 < *b* < 3;

0 < *аb* < 21; 4 < *аb* + 4 < 25

Так как 25 < 30, то 4 < *аb* + 4 < 30.

5. В этих упражнениях демонстрируется практическое применение теорем о почленном сложении и умножении неравенств.

№ 772.

Р е ш е н и е

Пусть *а* – основание, *b* – боковая сторона равнобедренного треугольника, тогда *Р* = *а* + 2*b* – периметр этого треугольника.

41 ≤ *b* ≤ 43; 82 ≤ 2*b* ≤ 86

26 ≤ *а* ≤ 28

108 ≤ *а* + 2*b* ≤ 114.

О т в е т: 108 ≤ *Р* ≤ 114.

№ 774.

Р е ш е н и е

Пусть *а* и *b* – длина и ширина прямоугольной комнаты, тогда её площадь равна *аb*.

7,5 ≤ *а* ≤ 7,6

5,4 ≤ *b* ≤ 5,5

40,5 ≤ *а* · *b* ≤ 41,8.

Так как требуется комната площадью не менее 40 м2 (то есть *S* ≥ 40), то данное помещение подойдёт для библиотеки.

О т в е т: да.

№ 775.

Пусть *α*, *β* – углы треугольника, тогда третий угол *γ* по теореме о сумме углов треугольника равен 180 ° – *α* – *β*.

58° ≤ *α* ≤ 59°; –59° ≤ –*α* ≤ –58°

102° ≤ *β* ≤ 103°; –103° ≤ –*β* ≤ –102°

180° – 59° – 103° ≤ 180° – *α* – *β* ≤ 180° – 58° – 102°

18° ≤ 180° – *α* – *β* ≤ 20 °.

О т в е т: 18° ≤ *γ* ≤ 20°.

6. Задания повышенной трудности можно предложить сильным в учебе учащимся или решать с классом, если останется время.

**IV. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Сформулируйте основные свойства числовых неравенств.

– Сформулируйте теоремы о сложении и умножении числовых неравенств.

– Каким образом используют теоремы о сложении и умножении числовых неравенств при оценке значения выражения?

**Домашнее задание.**

1. № 771, № 773.

2. Верно ли, что:

а) если *а* > 4 и *b* > 6, то 2*a* + *b* > 45;

б) если *a* > 3 и *b* > 9, то 3*ab* > 30.

3. Сравните, если возможно:

а) 3*а* + 2*b* и 16, если *а* > 4 и *b* > 8;

б) 5*а* – *b* и 20, если *а* > 4 и *b* < –3.

4. № 776 (б)\*.

**У р о к 6  
Абсолютная погрешность  
приближенного значения**

**Цели:** ввести понятие абсолютной погрешности приближенного значения; формировать умение находить абсолютную погрешность приближенного значения и значение величины по точности её измерения.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Проверочная работа.**

**В а р и а н т 1 (Выполнить на оценку)**

1. Пусть 2 < *a* < 3 и 1 < *b* < 2. Оцените значение выражения:

а) *a* + *b*; б) *a* – *b*; в) *ab*; г) .

2. Зная, что 1,7 <  < 1,8 и 2,4 <  < 2,5, оцените значение выражения:

а) +; б) –.

**III. Устная работа.**

1. Округлите число:

а) 35,7 до единиц; г) 0,53748 до тысячных;

б) 289 до десятков; д) 3847,5 до сотен;

в) 82,3591 до десятых; е) 1,384795 до десятитысячных.

2. *a* < *b* и *b* 0, найдите значение выражения:

а) | *a* + *b* | = \*; в) | *b* – *a* | = \*;

б) | *a* | + | *b* | = \*; г) | *a* ∙ *b* | = \*.

3. Представьте в виде десятичной дроби.

а) ; б) ; в) ; г) .

**IV. Объяснение нового материала.**

1. М о т и в а ц и я и з у ч е н и я.

Многочисленные приложения математических методов в различных областях знаний и жизненной практике часто осуществляются в форме решения задач на вычисление. Значения таких непрерывных величин как расстояние, скорость, стоимость, сила тока и др. обязательно являются приближенными числами, так как точные измерения таких величин принципиально невозможны. Это связано с особенностями как самих измерительных приборов, так и с погрешностями, которые допускает человек, пользующийся этими приборами.

Практическое использование полученного приближенного числа без оценки его погрешности может оказаться опасным. Например, изготовление хотя бы одной детали самолёта по расчётным данным, точность которых неизвестна, может обернуться катастрофой.

2. В в е д е н и е п о н я т и я абсолютной погрешности.

Объяснение проводить в соответствии с пунктом учебника. На доску выносится запись:

|  |
| --- |
| Абсолютной погрешностью приближённого значения называют модуль разности точного и приближённого значений. |

Обращаем внимание учащихся, что абсолютная погрешность показывает разницу между точным и приближённым значением в абсолютном выражении, не указывая, в какую сторону ошиблись при вычислении – увеличения или уменьшения числа.

3. Для первичного закрепления понятия абсолютной погрешности выполним упражнения из учебника № 782 и № 783 (а, б).

Р е ш е н и е

№ 782.

1) 17,26 ≈ 17,3.

Абсолютная погрешность равна | 17,26 – 17,3 | = | –0,04 | = 0,04.

2) 12,034 ≈ 12,0.

Абсолютная погрешность равна | 12,034 – 12,0 | = | 0,034 | = 0,034.

3) 8,654 ≈ 8,7.

Абсолютная погрешность равна | 8,654 – 8,7 | = | –0,046 | = 0,046.

№ 783.

а) 9,87 ≈ 10.

Абсолютная погрешность равна | 9,87 – 10 | = | –0,13 | = 0,13.

б) 124 ≈ 120.

Абсолютная погрешность равна | 124 – 120 | = | 4 | = 4.

4. Рассматриваем случаи, когда абсолютную погрешность найти невозможно (мы не знаем точного значения). В подобных ситуациях мы указываем число, больше которого абсолютная погрешность быть не может.

Вообще, если *х* ≈ *а* и абсолютная погрешность этого приближённого значения не превосходит некоторого числа *h*, то число *а* называют ***приближённым значением х с точностью до h.***

На доску выносим соответствующую запись:

|  |
| --- |
| *х* ≈ *а* с точностью до *h* |

или

|  |
| --- |
| *х* = *а* ± *h*, что означает *а* – *h* ≤ *х* ≤ *а* + *h* |

Просим ребят привести примеры, где они встречали подобную запись (надпись на рулоне обоев: 18 ± 0,3 м; надпись на коробке с конфетами: 300 ± 5 г; надпись на упаковке с замороженными продуктами: –20 ± 2 °С).

**V. Формирование умений и навыков.**

1. № 784, № 785 (а).

Р е ш е н и е

№ 784.

 ≈ 0,14. Абсолютная погрешность равна

.

№ 785 (а).

*у* = 6,5 ± 0,1, значит, 6,5 – 0,1 ≤ *у* ≤ 6,5 + 0,1;

6,4 ≤ *у* ≤ 6,6.

2. Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной и округлите до тысячных. Найдите абсолютную погрешность приближения:

а) ; б) 1.

Р е ш е н и е

а)  = 0,8(3) = 0,83333... ≈ 0,833. Абсолютная погрешность равна

.

б) 1 =  = 1,(45) = 1,4545... ≈ 1,455.

Абсолютная погрешность равна

.

3. № 787, № 789.

Р е ш е н и е

№ 787.

*а* = 420 г ± 3 %, значит, 420 – 3 % ≤ *а* ≤ 420 + 3 %.

 ∙ 3 = 12,6; 420 – 12,6 ≤ *а* ≤ 420 + 12,6;

407,4 ≤ *а* ≤ 432,6.

О т в е т: 407,4 ≤ *а* ≤ 432,6.

№ 789.

Масса мешка картофеля равна 32 ± 1 кг, то есть 32 – 1 ≤ *т* ≤ 32 + 1;  
31 ≤ *т* ≤ 33.

Пусть *а* – приближённое значение массы мешка картофеля с точностью до 0,1 кг, тогда

*а* – 0,1 ≤ *т* ≤ *а* + 0,1.

а) Если *а* = 31,4, то 31,3 ≤ *т* ≤ 31,5.

31,3 > 31 и 31,5 < 33, значит, масса может оказаться равной 31,4 кг.

б) Если *а* = 32,5, то 32,4 ≤ *т* ≤ 32,6.

32,4 > 31 и 32,6 < 33, значит, масса может оказаться равной 32,5 кг.

в) Если *а* = 33,2, то 33,1 ≤ *т* ≤ 33,3.

33,1 > 33, значит, масса не может оказаться равной 33,2 кг.

г) Если *а* = 30,7, то 30,6 ≤ *т* ≤ 30,8.

30,8 < 31, значит, масса не может оказаться равной 30,7 кг.

О т в е т: а) Да. б) Да. в) Нет. г) Нет.

**VI. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Сформулируйте правило округления чисел.

– Что называют абсолютной погрешностью приближенного значения?

– Объясните смысл записи *х* = *а* ± *h*.

– От чего зависит точность приближённого значения?

**Домашнее задание:** № 783 (в, г), № 785 (б), № 786, № 788.

**У р о к 7  
Относительная погрешность  
приближённого значения**

**Цели:** ввести понятие относительной погрешности приближённого значения; формировать умение оценивать качество измерения с помощью относительной погрешности.

**Ход урока**

**I. Устная работа.**

1. Приближённое значение числа *х* равна *а*. Найдите абсолютную погрешность приближения, если:

а) *х* = 2,85, *а* = 2,9; в) *х* = 18,65, *а* = 19;

б) *х* = 26,3, *а* = 26; г) *х* = 686, *а* = 690.

2. Оцените точное значение *b*, если:

а) *b* = 6 ± 1; в) *b* = 14,568 ± 0,001;

б) *b* = 15 ± 0,1; г) *b* = 120 ± 10.

При проведении устной работы одновременно актуализируем определение абсолютной погрешности приближённого значения.

**II. Объяснение нового материала.**

1. М о т и в а ц и я и з у ч е н и я.

Предлагаем учащимся для рассмотрения следующую ситуацию. Марина, измеряя длину детали, имеющую истинную длину 10 см, допустила абсолютную погрешность, равную 1 см. Сергей, измеряя длину комнаты, истинная длина которой 5 м, также допустил абсолютную погрешность, равную 1 см. В о п р о с: кто из ребят выполнил измерение более точно (качественно)?

Учащиеся интуитивно понимают, что Сергей более качественно выполнил работу, так как относительно размера комнаты эта абсолютная погрешность не столь существенна, как относительно размера детали.

2. С о о б щ а е м у ч е н и к а м, что точность приближения или его качество, как правило, характеризуется не абсолютной его погрешностью, а относительной. Выносим на доску запись:

|  |
| --- |
| Относительной погрешностью приближённого значения называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближённого значения. |

В рассмотренной выше ситуации при измерении (в сантиметрах) детали и длины комнаты получены результаты:

*а* = 10 ± 1 (длина детали);

*b* = 500 ± 1 (длина комнаты).

В первом случае относительная погрешность составляет , во втором . Выразив относительную погрешность в процентах, получим 10 % и 0,2 %.

В ы в о д: чем меньше относительная погрешность приближения, тем приближение считается более точным.

3. Используя пример со с. 166–167 учебника, разбираем способ оценки относительной погрешности в случае, когда абсолютная погрешность не известна, а известна только точность приближённого значения.

Пусть *а* – приближённое значение *х* с точностью до *h*, тогда *х* = *а* ± *h*. Значит, относительная погрешность *не превосходит*  ∙ 100 %. Иными словами, приближение выполнено с точностью до  ∙ 100 %.

**III. Формирование умений и навыков.**

Все упражнения, которые учащиеся должны выполнить на этом уроке, можно разбить на т р и г р у п п ы:

1) Определение точности измерения.

2) Вычисление относительной погрешности приближённого значения по абсолютной погрешности.

3) Оценка относительной погрешности приближённого значения по его точности.

1. № 790, № 791.

Р е ш е н и е

№ 791.

17,9 мм – получено штангенциркулем;

18 мм – получено линейкой;

17,86 мм – получено микрометром.

И з м е р е н и е:

– линейкой с точность до 1 мм;

– штангенциркулем с точностью до 0,1 мм;

– микрометром с точностью до 0,01 мм.

2. Округлите число единиц и найдите относительную погрешность округления:

а) 1,7; б) 5,314.

Р е ш е н и е

а) 1,7 ≈ 2.

Абсолютная погрешность равна | 1,7 – 2 | = 0,3.

Относительная погрешность равна ∙ 100 % = 15 %.

б) 5,314 ≈ 5.

Абсолютная погрешность равна | 5,314 – 5 | = 0,314.

Относительная погрешность равна ∙ 100 % = 6,28 %.

О т в е т: 15 %; б) 6,28 %.

3. № 793.

Р е ш е н и е

*ρ* = 7,8 г/см3 – табличное значение плотности железа.

7,6 г/см3 – приближённое значение.

Абсолютная погрешность составляет | 7,8 – 7,6 | = 0,2.

Относительная погрешность равна ∙ 100 % ≈ 2,6 %.

О т в е т: ≈ 2,6 %.

4. № 795.

Р е ш е н и е

*d* = 0,15 ± 0,01 мм;

*l* = 384000 ± 500 км.

Относительная погрешность измерения толщины волоса не превышает ∙ 100 %, то есть ≈ 6,7 %.

Относительная погрешность измерения расстояния от Земли до Луны не превышает  ∙ 100 %, то есть 0,1 %.

6,7 % > 0,1 %, значит, измерение расстояния от Земли до Луны произведено более качественно (с большей точностью).

**IV. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Почему по абсолютной погрешности приближённого значения нельзя судить о качестве приближения (измерения)? Приведите пример.

– Что называется относительной погрешностью приближённого значения?

– Каким образом можно оценить относительную погрешность приближённого значения, если абсолютная погрешность неизвестна?

**Домашнее задание.**

1. № 792, № 794.

2. Сравните качества измерения массы *М* электровоза и массы *т* таблетки лекарства, если *М* ≈ 184*т* (с точностью до 0,5*т*) и *т* ≈ 0,25 г (с точностью до 0,01 г).

3. Подготовка к контрольной работе, повторить п. 28–30.

№ 797 (а), № 930 (а), № 932.

**У р о к 80  
Контрольная работа № 7**

Для получения отметки «3» достаточно выполнить первые два задания. Для получения отметки «5» необходимо выполнить любые четыре задания. Если выполнены все пять заданий, учащийся может получить дополнительную оценку.

**В а р и а н т 1**

1. Докажите неравенство:

а) (*x* – 2)2 > *x*(*x* – 4); б) *a*2 + 1 ≥ 2(3*a* – 4).

2. Известно, что *а* < *b*. Сравните:

а) 21*а* и 21*b*; б) –3,2*а* и –3,2*b*; в) 1,5*b* и 1,5*а*.

Результат сравнения запишите в виде неравенства.

3. Известно, что 2,6 << 2,7. Оцените:

а) 2; б) –.

4. Оцените периметр и площадь прямоугольника со сторонами *а* см и *b* см, если известно, что 2,6 < *а* < 2,7, 1,2 < *b* < 1,3.

5. К каждому из чисел 2, 3, 4 и 5 прибавили одно и то же число *а*. Сравните произведение крайних членов получившейся последовательности с произведением средних членов.

РЕШЕНИЕ:

**В а р и а н т 1**

1. а) (*x* – 2)2 – *x*(*x* – 4) = *x*2 – 4*x* + 4 – *x*2 + 4*x* = 4 > 0, значит,

(*x* – 2)2 > *x*(*x* – 4).

б) *a*2 + 1 – 2(3*a* – 4) = *a*2 + 1 – 6*a* + 8 = *a*2 – 6*a* + 9 = (*a* – 3)2 ≥ 0,

значит, *a*2 + 1 ≥ 2(3*a* – 4).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2. а) *а* < *b*;  21*а* < 21*b*; | б) *а* < *b*;  –3,2*а* > –3,2*b*; | в) *а* < *b*;  *b* > *a*;  1,5*b* > 1,5*а*. |

О т в е т: а) 21*а* < 21*b*; б) –3,2*а* > –3,2*b*; в) 1,5*b* > 1,5*а*.

3. а) 2,6 << 2,7; б) 2,6 << 2,7

5,2 < 2< 5,4; –2,7 < –< –2,6.

О т в е т: а) 5,2 < 2< 5,4; б) –2,7 < –< –2,6.

4. *S* = *a* ∙ *b* см2; *P* = 2(*a* + *b*) см;

2,6 < *а* < 2,7 2,6 < *а* < 2,7

1,2 < *b* < 1,3 1,2 < *b* < 1,3

2,6 · 1,2 < *a* · *b* < 2,7 · 1,3 2,6 + 1,2 < *a* + *b* < 2,7 + 1,3

3,12 < *ab* < 3,51 2 · 3,8 < 2(*a* + *b*) < 2 · 4

3,12 < *S* < 3,517,6 < 2(*a* + *b*) < 8,0

7,6 < *Р* < 8,0

О т в е т: 3,12 < *S* < 3,51; 7,6 < *Р* < 8,0.

5. Пусть 2 + *а*, 3 + *а*, 4 + *а*, 5 + *а* – полученная последовательность.

(2 + *а*)(5 + *а*) – (3 + *а*)(4 + *а*) = 10 + 2*а* + 5*а* + *а*2 – 12 – 3*а* – 4*а* – *а*2 =  
= –2 < 0, значит, произведение крайних членов последовательности меньше произведения её средних членов.

**В а р и а н т 2 (Выполнить на оценку)**

1. Докажите неравенство:

а) (*x* + 7)2 > *x*(*x* + 14); б) *b*2 + 5 ≥ 10(*b* – 2).

2. Известно, что *а* > *b*. Сравните:

а) 18*а* и 18*b*; б) –6,7*а* и –6,7*b*; в) –3,7*b* и –3,7*а*.

Результат сравнения запишите в виде неравенства.

3. Известно, что 3,1 << 3,2. Оцените:

а) 3; б) –.

4. Оцените периметр и площадь прямоугольника со сторонами *а* см и *b* см, если известно, что 1,5 < *а* < 1,6, 3,2 < *b* < 3,3.

5. Даны четыре последовательных натуральных числа. Сравните произведение первого и последнего из них с произведением двух средних чисел.

**У р о к 9  
Основные понятия теории множеств.  
Пересечение и объединение множеств**

**Цели:** ознакомить учащихся с основными понятиями теории множеств, операциями над множествами (пересечение и объединение множеств); формировать умения задавать множества и проводить над ними основные операции.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Объяснение нового материала.**

Наиболее ответственным шагом при ознакомлении учащихся с теоретико-множественными понятиями является введение неопределяемых понятий множества, его элемента и принадлежности.

**I б л о к.**

1. О с н о в н ы е п о н я т и я.

Одно из основных понятий современной математики – ***множество***. Это понятие обычно принимается за первичное и поэтому не определяется через другие.

Когда в математике говорят о множестве (чисел, точек, функций и т. д.), то объединяют эти объекты в одно целое – множество, состоящее из этих объектов (чисел, точек, функций и т. д.). Основатель теории множеств, немецкий математик Георг Кантор (1845–1918), выразил эту мысль следующим образом: «Множество есть многое, мыслимое как единое, целое».

***Множество*** *– это совокупность объектов, объединённых между собой по какому-либо признаку.*

Слово «множество» в обычном смысле всегда связывается с большим числом предметов. Например, мы говорим, что в лесу множество деревьев, но если перед домом два дерева, в обычной речи не говорят, что перед домом «множество деревьев».

Математическое же понятие множества не связывается обязательно с большим числом предметов. В математике удобно рассматривать и «множества», содержащие 3; 2 или 1 предмет и даже «множество», не содержащее ни одного предмета (пустое множество). Например, мы говорим о множестве решений уравнения до того, как узнаем, сколько оно имеет решений.

Произвольные множества обозначают большими латинскими буквами *А*, *В*, *С*, ... ***Пустое множество***, то есть множество, которое не имеет элементов, обозначается символом .

О предметах, составляющих множество, говорят, что они принадлежат этому множеству, или являются его элементами. Элементы множества обозначают малыми латинскими буквами *а*, *b*, *с*, ... или одной какой-нибудь буквой с индексом, например *а*1, *а*2, ... , *ап*.

Предложение «предмет *а* принадлежит множеству *А*», или «предмет *а* – элемент множества *А*», обозначают символом *а*  *А*.

2. С п о с о б ы з а д а н и я м н о ж е с т в:

1) Множество может быть задано непосредственным перечислением всех его элементов (в произвольном порядке). В таком случае названия всех элементов множества записываются в строчку, отделяются между собой запятыми и заключаются в фигурные скобки.

Н а п р и м е р: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} – множество цифр десятичной системы счисления.

Необходимо различать объекты, обозначаемые символами *а* и {*а*}. *Символом* ***а*** *означается предмет, символом {а} – множество, состоящее из одного элемента* ***а*** *(единичное множество)*. Перечислением всех элементов можно задать лишь конечное множество. Такие множества, как, например, множество всех натуральных (*N*) или всех целых чисел (*Z*), нельзя задать таким способом, так как мы не можем перечислить все *N* и все *Z* – таких чисел *бесконечное множество*.

2) Имеется другой (универсальный) способ задания множества в том смысле, что этим способом может быть задано не только конечное, но и бесконечное множество. Множество может быть задано указанием *характеристического свойства, то есть такого свойства, которым обладают все элементы этого множества и не обладает ни один предмет, не являющийся его элементом.*

Н а п р и м е р: {*x* | *x* – делятся на 10};

*A* = {*a* | *a* – число, которое меньше, чем 100}.

3. У п р а ж н е н и я:

а) Назовите известные вам множества людей (например, команда).

б) Запишите множества, элементами которых являются:

1) планеты Солнечной системы;

2) столицы государств;

3) все двузначные числа;

4) числа, делящиеся на 7.

в) Пусть *А* – множество чисел, на которые делится 100 без остатка. Верна ли запись:

1) 5  *А*; 2) 12  *А*; 3) 7  *А*; 4) 4  *А?*

г) Пусть даны множества *А* = {*а*  *а* – число, кратное двум} и *В* =  
= {*b*  *b* – число, кратное шести}.

В ы п и ш и т е:

1) два элемента, принадлежащих множеству *А*, но не принадлежащих множеству *В*;

2) два элемента, принадлежащих и множеству *А,* и множеству *В*;

3) два элемента не принадлежащих ни множеству *А*, ни множеству *В*.

**II б л о к.**

1. Р а в е н с т в о м н о ж е с т в.

Очень важной особенностью множества является то, что в нём нет одинаковых элементов, вернее, что все они отличны друг от друга. Это значит, можно записать сколько угодно одинаковых элементов, но выступать они будут как один. То есть множество не может содержать одни и те же элементы в нескольких вариантах. Предположим, что мы записали множество {7, 9, 7, 11, 7}. В этом множестве элемент 7 повторяется несколько раз, но мы его будем рассматривать как один. Поэтому наше множество будет {7, 9, 11}.

Рассмотрим два множества: {*а*, *b*, *с*} и {*b*, *а*, *с*}. Эти множества состоят из одних и тех же элементов, хотя они записаны в разном порядке. Такие множества называются равными. Итак, два *множества равны*, если содержат одни и те же элементы.

2. П е р е с е ч е н и е м н о ж е с т в.

Рассмотрим два множества: *А* = {1, 2, 3, 4, 5, 6} и *В* = {5, 6, 7, 8, 9}. Составим новое множество *С*, в которое запишем общие элементы *А* и *В*. Общими у них являются элементы 5 и 6, значит, *С* = {5, 6}. Множество *С* является ***пересечением*** множеств *А* и *В*, обозначается так:



О п р е д е л е н и е: Пересечением двух множеств называют множество, состоящее из всех общих элементов этих множеств.

3. О б ъ е д и н е н и е м н о ж е с т в.

Возьмём те же два множества: *А* = {1, 2, 3, 4, 5, 6} и *В* = {5, 6, 7, 8, 9}. Составим теперь множество *D* таким образом, чтобы в него вошли все элементы, которые принадлежат хотя бы одному из множеств *А* и *В*.

Здесь следует ознакомить учащихся с приёмом задания объединения множеств: сперва мы выписываем все элементы множества *А*, а затем те элементы множества *В*, которые не принадлежат множеству *А*. Получим: *D* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Множество *D* является ***объединением*** множеств *А* и *В*, обозначается так:



О п р е д е л е н и е: Объединением двух множеств называют множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из этих множеств.

4. У п р а ж н е н и я:

а) Верна ли запись:

1) {8, 12, 16, 20} = {12, 20, 16, 18};

2) {*m*, *n*, *p*, *q*} = {*p*, *m*, *q*, *n*};

3) {3, 4, 3, 5} = {3, 4, 5}?

б) Запишите множества, равные:

1) {2, 3, 2, 4, 2, 5}; 2) {*f*, *f*, *f*, *m*, *m*, *m*}.

в) Даны множества *А* = {3, 4, 5}, *В* = {5, 6, 7, 8}, *С* = {2, 4, 8} и *K* = {1, 3, 5, 7}. Найдите:

1) *А K*; 5) *А K*;

2) *А С*; 6) *А С*;

3) *А В*; 7) *А В*;

4) *А K* *В*; 8) *А K* *В*.

**III. Формирование умений и навыков.**

На этом уроке отрабатываются умения задавать множества, правильно оформляя запись, а также находить пересечение и объединение множеств, пользуясь введенными определениями.

1. № 799.

Р е ш е н и е

*х* = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19};

*у* = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}.

*х* *у* = {11, 13, 17, 19};

*х* *у* = {2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}.

2. Найдите пересечение и объединение множеств букв, которые используются при записи слов «типография» и «фотография».

Р е ш е н и е

*А* = {*т*, *и*, *п*, *о*, *г*, *р*, *а*, *ф*, *я*} – множество букв, используемых в записи слова «типография»;

*В* = {*ф*, *о*, *т*, *г*, *р*, *а*, *и*, *я*} – множество букв, используемых в записи слова «фотография».

*А В* = {*т*, *и*, *о*, *г*, *р*, *а*, *ф*, *я*},

*А В* = {*т*, *и*, *п*, *о*, *г*, *р*, *а*, *ф*, *я*}.

П р и м е ч а н и е. Обращаем внимание учащихся, что в этом случае *А В* = *А*.

3. № 801 (а).

Р е ш е н и е

*х* = {1, 2, 3, 4}; *у* = {1, 2, 3, 6}.

*х* *у* = {1, 2, 3}; *х* *у* = {1, 2, 3, 4, 6}.

П р и м е ч а н и е. Подчёркиваем необходимость «упорядоченной» записи множеств, так как в этом случае будет удобнее отыскивать общие элементы множеств.

4. № 802 (а).

Р е ш е н и е

а) Чтобы число принадлежало пересечению множеств *А* и *В*, оно должно являться одновременно квадратом натурального числа и кубом натурального числа.

1= 12; 1 = 13, значит, 1  *А В*;

4 = 22, но не является кубом натурального числа, значит, 4  *А В*.

64 = 82, 64 = 43, значит, 64  *А В*.

**IV. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Какие способы задания множеств существуют?

– Какие два множества являются равными?

– Как называется множество, в котором нет ни одного элемента?

– Что называется пересечением двух множеств?

– Что называется объединением двух множеств?

**Домашнее задание.**

1. № 800, № 801 (б), № 802 (б).

**У р о к 10  
Круги Эйлера**

**Цели:** ознакомить учащихся с возможностями иллюстрации соотношения между множествами с помощью кругов Эйлера; продолжить формировать умения находить объединение и пересечение множеств.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Пусть даны множества *А* = {*х* | *х* – имя девочки} и *В* = {*х* | *х* – имя мальчика}. Выпишите:

а) два элемента, принадлежащих множеству *А*, но не принадлежащих множеству *В*;

б) два элемента, принадлежащих множеству *В*, но не принадлежащих множеству *А*;

в) два элемента, принадлежащих и множеству *А*, и множеству *В*;

г) два элемента, не принадлежащих ни множеству *А*, ни множеству *В*.

2. Найдите *А В*, если:

а) *А* = {0, 1, 2, 3, 4} и *В* = {1, 2, 3, 4, 5};

б) *А* = {*х* | *х* – двузначное число} и *В* = {*х* | *х* – число, меньше 75}.

3. Найдите *А В*, если:

а) *А* = {17, 18, 19} и *В* = {3};

б) *А* = {*у* | *у* – число, меньшее 32} и *В* = {*у* | *у* – число, большее 7, но меньшее 45}.

**III. Объяснение нового материала.**

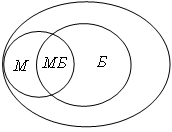
1. М о т и в а ц и я и з у ч е н и я.

Предложим учащимся для решения задачу, которую достаточно трудно решить без наглядного представления информации.

З а д а ч а. В классе 35 учеников. Из них 20 занимаются в математическом кружке, 11 – в биологическом, 10 ребят не посещают кружки. Сколько биологов увлекаются математикой?

Р е ш е н и е

Изобразим различные множества учащихся в виде кругов. Большой круг будет изображать всех учащихся класса. В этот круг поместим два поменьше. Один обозначим буквой *М*, и он будет изображать математиков класса. Другой круг обозначим *Б* – биологи класса. Очевидно, в общей части кругов, обозначенной *МБ*, окажутся те самые биологи-математики, которые нас интересуют. Теперь посчитаем: всего внутри большого круга 35 ребят, внутри двух меньших 35 – 10 = 25 ребят. Внутри «математического» круга *М* находятся 20 ребят, значит, в той части «биологического» круга, которая расположена вне круга *М*, находятся 25 – 20 = 5 биологов, не посещающих математический кружок. Остальные биологи, их 11 – 5 = 6 человек, находятся в общей части кругов *МБ*. Там образом, 6 биологов увлекаются математикой.



О т в е т: 6 биологов увлекаются математикой.

2. С о о б щ а е м у ч а щ и м с я, что эти круги называются ***кругами Эйлера.***

Один из величайших математиков петербургской академии Леонард Эйлер (1707–1783) за свою долгую жизнь написал более 850 научных работ. В одной из них появились круги, которые «очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления». С помощью этих кругов удобно геометрически иллюстрировать операции над множествами. Можно рисовать не только круги, но и овалы, прямоугольники и другие геометрические фигуры.

В учебнике на с. 169–170 рассматриваем иллюстрацию пересечения и объединения двух множеств с помощью кругов Эйлера.

**IV. Формирование умений и навыков.**

На этом уроке учащиеся решают качественно новые упражнения, в которых необходимо рассматривать множества различной природы, а не только числовые. Востребуются знания из других разделов математики.

1. № 803.

2. Известно, что точки *A*, *B*, *C* и *D* расположены на одной прямой, причём пересечением множеств точек отрезков *AB* и *CD* являются:

а) отрезок *CD*; б) отрезок *СВ*.

Для каждого случая сделайте чертёж.

Р е ш е н и е

а) 

б) 

3. № 804 (а).

Р е ш е н и е

– Вспомним определения.

*Прямоугольником* называется параллелограмм, у которого есть прямой угол.

*Ромбом* называется параллелограмм, у которого смежные стороны равны.

Изобразим соотношение множества этих фигур с помощью кругов Эйлера.

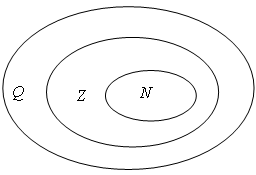
|  |
| --- |
| Параллелограмм |

Пересечением двух множеств будет множество параллелограммов, у которых есть прямой угол и равны смежные стороны. Это множество квадратов.

О т в е т: множество квадратов.

4. № 805.

Р е ш е н и е



Из темы «Действительные числа» учащиеcя знают, что *N* *Z* *Q* *R*.

а) *N* *Z* = *N*; *N* *Z* = *Z*;

б) *Z* *Q* = *Z*; *Z* *Q* = *Q*;

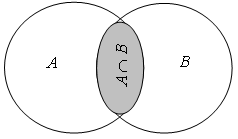
в) *Q* *I* = ; *Q* *I* = *R*.

5. № 806.

Р е ш е н и е

*А* = {*х* | *х* – кратное 4},

*В* = {*у* | *у* – кратное 3}.



*А* *В* – множество чисел, которые одновременно делятся на 3 и на 4, значит, это множество чисел, кратных 12.

О т в е т: *А* *В* = {*z* | *z* – кратное 12}.

6. № 808 (а).

Р е ш е н и е

*Х* *У* = ;

*Х* *У* = *N* \ {1}.

Так как по определению:

– натуральное число называется простым, если оно имеет только два различных делителя: 1 и само это число;

– число, имеющее более двух делителей, называется составным;

– число 1 не относится ни к простым, ни к составным, так как имеет только один делитель.

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Для чего служат круги Эйлера?

– Как с помощью кругов Эйлера изобразить пересечение множеств? объединение множеств?

**Домашнее задание.**

1. № 804 (б), № 807, № 808 (б).

2. № 937.

**У р о к 11  
Аналитическая и геометрическая модели  
числового промежутка**

**Цели:** ввести понятие числового промежутка как геометрической модели числового неравенства; рассмотреть различные виды числовых промежутков; формировать умения изображать на координатной прямой числовой промежуток и множество чисел, удовлетворяющих неравенству.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Назовите верное неравенство, которое получится, если:

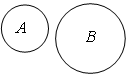
а) к обеим частям неравенства –1 < 3 прибавить число 4; число –2;

б) из обеих частей неравенства –15 < –2 вычесть число 3; число –5;

в) обе части неравенства 6 > –1 умножить на 8; на –5;

г) обе части неравенства 9 < 27 разделить на 9; на –3; на –1.

2. Заполните пустые квадратики:

а)  б)  в) 

*А* *В* =  *А* *В* =  *А* *В* = 

**III. Объяснение нового материала.**

1. А к т у а л и з а ц и я з н а н и й.

Напоминаем учащимся, что алгебра, в частности, занимается тем, что описывает различные реальные ситуации на математическом языке в виде математических моделей, а затем имеет дело уже не с реальными ситуациями, а с этими моделями, используя разные правила, свойства, законы, выработанные в алгебре.

Математические модели бывают не только ***алгебраические*** (в виде числового равенства, уравнения, неравенства), но и ***словесные*** (в виде словесного описания реальной ситуации), ***графические*** (в виде схемы, графика, чертежа). Учащиеся уже знакомы со всеми этими видами моделей. Напоминаем, что алгебраическую модель ещё называют ***аналитической***, а графическую – ***геометрической***. Чтобы свободно оперировать любыми видами математических моделей, нужно учиться переходить от одного из них к другому.

Н а п р и м е р:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Словесная  модель № 1 | Аналитическая модель | Геометрическая модель | Словесная  модель № 2 |
| *b* больше *а* | *b* > *a* |  | Точка с координатой *b* лежит правее точки с координатой *а* |

2. В в е д е н и е н о в о г о п о н я т и я.

Работаем с представленными выше моделями, причём идём в обратном порядке: от словесной модели № 2 к словесной модели № 1.

Возьмём произвольную точку *х* на координатной прямой, причём эта точка лежит между точками *a* и *b*. Это означает, что ей соответствует число *х*, которое больше *a* и меньше *b*, то есть *a* < *x* < *b*. Верно и обратное: для любой точки, лежащей между точками *a* и *b*, будет выполняться это неравенство.

О п р е д е л е н и е: Множество чисел, удовлетворяющих условию  
*a* < *x* < *b*, называют ***интервалом*** и обозначают так: (*a*; *b*).

На рисунке (геометрическая модель) это множество изображают в виде:



Светлые кружочки означают, что числа *a* и *b* не принадлежат этому множеству.

Аналогично вводим определения отрезка, полуинтервала, числового луча, открытого числового луча и числовой прямой.

О п р е д е л е н и е: Числовые отрезки, интервалы, полуинтервалы, числовые лучи, открытые числовые лучи и числовая прямая называются ***числовыми промежутками***.

3. О п е р а ц и и с р а з л и ч н ы м и м о д е л я м и.

Рассматриваем на с. 173 учебника таблицу, в которой представлены такие модели числовых промежутков, как:

– аналитическая (неравенство, задающее числовой промежуток), например: *a* ≤ *x* ≤ *b*;

– словесная (обозначение и название числового промежутка), например: [*a*; *b*] – числовой промежуток от *a* до *b*;

– геометрическая (изображение числового промежутка на координатной прямой), например:



**IV. Формирование умений и навыков.**

Все упражнения, решаемые на этом уроке, можно разбить на т р и  
г р у п п ы:

1) Изобразить на координатной прямой числовой промежуток по его обозначению (создание геометрической модели).

2) Назвать числовой промежуток, изображённый на координатной прямой, и обозначить его (создание словесной модели).

3) Изобразить на координатной прямой множество чисел, удовлетворяющих неравенству, и записать неравенство, соответствующее изображенному или обозначенному числовому промежутку (переход от аналитической к геометрической модели и наоборот).

О с о б о е в н и м а н и е уделяем:

– правильным формулировкам;

– верному использованию круглых и квадратных скобок при обозначении числового промежутка;

– верному использованию светлых кружков («выколотых» точек) и тёмных при изображении числовых промежутков на координатной прямой.

1. № 812 (а, б, д, е), № 813, № 814.

2. № 815 (а, г), № 816 (в, г).

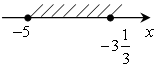
Р е ш е н и е

№ 815.

а) *х* ≥ –2; ; [–2; +∞).

г) *х* < –5; ; (–∞; –5).

№ 816.

в) –5 ≤ *х* ≤ –3; ; .

г) 2 < *х* ≤ 6,1; ; (–2; 6,1].

3. № 817 (а) – устно, № 819 (а, в).

Р е ш е н и е

№ 819.

а) ≈ 1,4, (1,5; 2,4).

в) ≈ 2,2, (1,5; 2,4).

4. Задайте неравенством числовой промежуток:

а)  ж) *х* [2;7,3];

б)  з) *y* (–∞; 100);

в)  и) *х* (–8,3; 0];

г)  к) *y* (0; +∞);

д)  л) *х* (–15; –4);

е)  м) *y* [–60; 100).

Р е ш е н и е

а) 0 < *x* ≤ 14; ж) 2 ≤ *х* ≤ 7,3;

б) *y* < 17,5; з) *у* < 100;

в) *x* ≥; и) –8,3 < *x* ≤ 0;

г) π < *x* < 3π; к) *у* > 0;

д) –11 ≤ *у* ≤ –4; л) –15 < *x* < –4;

е) –15 ≤ *у* < 0; м) –60 ≤ *у* < 100.

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Что называется числовым промежутком?

– Какие виды числовых промежутков существуют?

– Как выглядит геометрическая модель числового промежутка?

– Как записать аналитическую модель числового промежутка с помощью неравенства?

**Домашнее задание:** № 812 (в, г, ж, з), № 815 (б, в), № 816 (а, б), № 817 (б), № 819 (б, г).

**У р о к 12  
Пересечения и объединение  
числовых промежутков**

**Цели:** продолжить формирование навыков оперирования аналитической и геометрической моделями числовых промежутков; формировать умения нахождения пересечения и объединения числовых промежутков.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Устная работа.**

1. Назовите числовой промежуток:

а)  е) 

б)  ж) (–3; +∞);

в)  з) [–15; 15];

г)  и) [5; 17);

д)  к) (–∞; 0].

2. № 818 (в).

**III. Актуализация знаний.**

1. № 821, № 823 (б, в), № 824 (устно).

2. Дать определения пересечения двух множеств и объединения двух множеств.

**IV. Объяснение нового материала.**

Числовой отрезок – *множество* чисел, удовлетворяющих некоторому числовому неравенству, значит, к нему можно применить определение пересечения и объединения множеств.

Рассматриваем эти определения на конкретных примерах, причём следует охватить различные случаи взаимного расположения.

1. Найти пересечение и объединение числовых промежутков [1; 5] и [3; 7].



[1; 5] [3; 7] = [3; 5];

[1; 5] [3; 7] = [1; 7].

2. Найти пересечение и объединение числовых промежутков [–4; +∞) и [3; +∞).



[–4; +∞) [3; +∞) = [3; +∞);

[–4; +∞) [3; +∞) = [–4; +∞).

3. Найти пересечение и объединение числовых промежутков [1; 4) и (7; +∞).



[1; 4) (7; +∞) = ;

[1; 4) (7; +∞) – не является числовым промежутком.

4. Найти пересечение и объединение промежутков (–∞; –4] и (–4; +∞).



(–∞; –4] (–4; +∞) = ;

(–∞; –4] (–4; +∞) = (–∞; +∞).

5. Найти пересечение и объединение промежутков (–∞; 0] и [0; +∞).



(–∞; 0] [0; +∞) = {0};

(–∞; 0] [0; +∞) = (–∞; +∞).

**V. Формирование умений и навыков.**

1. № 825.

Р е ш е н и е

а)  (1; 8) (5; 10) = (5; 8);

б)  [–4; 4] [–6; 6] = [–4; 4];

в)  (5; +∞) (7; +∞) = (7; +∞);

г)  (–∞; 6) (–∞; 10) = (–∞; 6).

2. № 826.

Р е ш е н и е



(–4,3; 1) (–3,9; 2) = (–3,9; 1).

В полученный интервал входят целые числа:

–3; –2; –1; 0.

О т в е т: четыре числа.

3. № 827.

Р е ш е н и е

а)  [–7; 0] [–3; 5] = [–7; 5];

б)  (–4; 1) (10; 12);

в)  (–∞;4) (10; +∞);

г)  [3; +∞) (8; +∞) = [3; +∞).

**VI. Самостоятельная работа (Выполнить на оценку)**

1. Заполнить таблицу по образцу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Неравенство, задающее числовой  промежуток | Обозначение числового  промежутка | Название  числового  промежутка | Геометрическая модель числового  промежутка |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 ≤ *х* ≤ 8 | [3; 8] | отрезок от 3 до 8 |  |
| *х* > 8 |  |  |  |
|  | (–10; 13) |  |  |
|  |  |  |  |

*Окончание табл.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  | Полуинтервал от –3 до 0, включая –3 |  |
|  | (15; 100] |  |  |
| 7 < *х* < 12 |  |  |  |

**VII. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Как изобразить на координатной прямой пересечение числовых промежутков? Объединение числовых промежутков?

– Всегда ли пересечение (объединение) числовых промежутков есть числовой промежуток? Приведите примеры.

**Домашнее задание:** № 822, № 823 (а, г), № 828, № 936.

**У р о к 13  
Понятие решения неравенств  
с одной переменной**

**Цели:** ввести понятия неравенства с одной переменной и его решения, равносильных неравенств; формировать умение решать неравенства с одной переменной путём перехода к равносильному неравенству.

**Ход урока**

**I. Организационный момент.**

**II. Проверочная работа.**

**В а р и а н т 1**

1. Используя координатную прямую, найдите пересечение промежутков:

а) (–2; 10) и (0; 15); б) [–3; 6] и [–1; 1]; в) (–∞; 2) и (–2; +∞).

2. Покажите штриховкой на координатной прямой объединение промежутков:

а) [–4; 0] и [–1; 5]; б) (–3; 3) и (–6; 6); в) (–∞; 5) и (–∞; 10).

Р е ш е н и е

**В а р и а н т 1**

1. а)  (–2; 10) (0; 15) = (0; 10);

б)  [–3; 6] [–1; 1] = [–1; 1];

в)  (–∞; 2) (–2; +∞) = (–2; 2).

2. а)  [–4; 0] [–1; 5] = [–4; 5];

б)  (–3; 3) (–6; 6) =(–6; 6);

в)  (–∞; 5) (–∞; 10) =(–∞; 10).

**В а р и а н т 2 (Выполнить на оценку)**

1. Используя координатную прямую, найдите пересечение промежутков:

а) [–4; 5] и [0; 10]; б) (–3; –1) и (–2; 4); в) (–∞; 5] и [–5; +∞).

2. Покажите штриховкой на координатной прямой объединение промежутков:

а) (–3; 8) и (1; 9); б) [–4; 4] и [–1; 1]; в) (–∞; 1) и (–∞; 4).

**III. Объяснение нового материала.**

1. Неравенство 5*х* – 11 > 3 содержит переменную *х*. При подстановке некоторых числовых значений вместо *х* мы можем получить как верное, так и неверное числовое неравенство. Н а п р и м е р:

при *х* = 4 неравенство 5 · 4 – 11 > 3 – верное (9 > 3), а

при *х* = 2 неравенство 5 · 2 – 11 > 3 – неверное (–1 > 3). Говорят, что число 4 является *решением неравенства* или *удовлетворяет* неравенству.

О п р е д е л е н и е 1: Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное числовое неравенство.

О п р е д е л е н и е 2: Решить неравенство – значит найти все его решения или доказать, что решений нет.

2. Чтобы решать неравенства, необходимо уметь их преобразовывать к неравенству вида *ах* > *b* или *ax* < *b* (где *a* и *b* – некоторые числа). Неравенства такого вида называют линейными неравенствами с одной переменной. Данное неравенство должно быть равносильно исходному.

О п р е д е л е н и е 3: Неравенства, имеющие одни и те же решения, называются равносильными.

3. По учебнику на с. 177 разобрать основные свойства, используемые при преобразовании неравенства с одной переменной к равносильному неравенству.

4. Разобрать примеры 1, 2 по учебнику со с. 177–178.

**IV. Формирование умений и навыков.**

При решении упражнений на этом уроке следует особое внимание уделить правильному использованию свойств при равносильном преобразовании неравенства, а также изображению геометрической модели полученного решения неравенства в виде числового промежутка. На первых порах в ответ можно записывать все три модели, н а п р и м е р:

*х* ≥ 3; [3; +∞); 

1. № 833, № 834 – устно.

2. № 835.

Р е ш е н и е

а) *х* + 8 > 0; *х* > –8; 

б) *х* – 7 < 0; *х* < 7; 

в) *х* + 1,5 ≤ 0; *х* ≤ –1,5; 

г) *х* – 0,4 ≥ 0; *х* ≥ 0,4; 

О т в е т: а) (–8; +∞); б) (–∞; 7); в) (–∞; 1,5]; г) [0,4; +∞).

3. № 837.

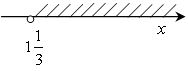
Р е ш е н и е

а) 2*х* < 17; *х* < 17 : 2; *х* < 8,5; 

б) 5*х* ≥ –3; *х* ≥ –3 : 5; *х* ≥ –0,6; 

в) –12*х* < –48; *х* > (–48) : (–12); *х* > 4; 

г) –*х* < –7,5; *х* > (–7,5) : (–1); *х* > 7,5; 

д) 30*х* > 40; *х* > 40 : 30; *х* > 1; 

е) –15*х* < –27; *х* > (–27) : (–15); *х* > ; *х* > 1,8;



ж) –4*х* ≥ –1; *х* ≤ (–1): (–4); *х* ≤ 0,25; 

з) 10*х* ≤ –24; *х* ≤ (–24) : 10; *х* ≤ –2,4; 

и) *х* < 2; *х* < 2 : ; *х* < 2 · 6; *х* < 12; 

к) *х* < 0; *х* > 0 : ; *х* > 0; 

л) 0,02*х* ≥ –0,6; *х* ≥ (–0,6) : 0,02; *х* ≥ –30; 

м) –1,8*х* ≤ 36; *х* ≥ 36 : (–1,8); *х* ≥ –20; 

О т в е т: а) (–∞; –8,5); б) [–0,6; +∞); в) (4; +∞); г) (7,5; +∞);

д) ; е) (1,8; +∞); ж) (–∞; 0,25]; з) (–∞; –2,4];

и) (–∞; 12); к) (0; +∞); л) [–30; +∞); м) [–20; +∞).

4. № 838.

5. № 841.

**V. Итоги урока.**

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

– Что называется решением неравенства с одной переменной?

– Что означает «решить неравенство»?

– Какие неравенства называются равносильными?

– Какие свойства используются для преобразования неравенства в равносильное?

**Домашнее задание:** № 836, № 839, № 840.