**РАБОЧИЙ ЛИСТ УРОКА**

***Классы:*** 10бв
***Дата:***  27.11.20г
***Предмет***: Математика (элективный курс)

***Учитель***: Срукова Аулият Астемировна

**Тема: «Дробно-рациональные уравнения»**

Дорогие ученики! Ознакомьтесь, пожалуйста, с предложенными материалами и заданиями, выполните их.

 *Желаю вам успешного освоения материала!*

**Ход урока**

**1. Ознакомьтесь с материалом урока по ниже приведенному плану урока.**

**2.** **Изучите материал, предложенный ниже.**

**Напоминание**

Прежде чем решать уравнение, необходимо убедиться, всегда ли определены выражения, которые в него входят.

**Определение**

ОДЗ (область допустимых значений) – множество всех значений переменной, при которых выражение определено.

Например, знаменатель дроби не может быть равен нулю, так как деление на 0 не определено.

: 

Также есть и другие ограничения (например, связанные с корнями, логарифмами), на которых мы подробно остановимся на следующих уроках.

**Пример**

Найти ОДЗ выражения:

**1)****.**

**2)**

**Решение**

1) Знаменатель дроби не должен равняться нулю, то есть . Решим полученное неравенство:









Получаем, что  может быть любым числом, кроме  и .

2) Запишем условие, что знаменатель каждой из дробей в выражении не равен нулю:



А теперь решим полученные неравенства.



Вынесем  за скобки: .

Чтобы произведение не равнялось нулю, каждый из множителей должен не равняться нулю.

  и  

                 





Значит,  может быть любым числом, кроме , , .

Для решения рассмотренных заданий необходимо следующее.

**Знать**

что такое ОДЗ.

**Уметь**

находить ОДЗ выражений, содержащих дроби.

**Понимать**

если выражение содержит более одной дроби, то необходимо учесть, что знаменатель каждой из них не должен равняться нулю.

[Дробно-рациональные уравнения](https://interneturok.ru/lesson/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-2-uravneniya-i-neravenstva/drobno-ratsionalnye-uravneniya-uravneniya-vysshih-stepeney-praktika#mediaplayer)

**Пример**

Решить дробно-рациональные уравнения:

1)  

2)  

3)  

**Решение**

1) Сначала найдем ОДЗ уравнения, то есть те значения переменной, в которых уравнение определено.

ОДЗ:     

              

              

              

Теперь эквивалентными преобразованиями приведем уравнение к линейному или квадратному.

Перенесем все слагаемые в одну часть.

.

Приведем дроби к общему знаменателю . Для этого домножим первую дробь на 11, а вторую - на .









Мы получили такое уравнение: , то есть отношение двух многочленов равно 0.

Если мы умножим обе части уравнения на многочлен  – знаменатель, то получим уравнение: . То есть если дробь равна 0, то числитель должен равняться 0.





Проверим, входит ли полученный корень в ОДЗ.

 – входит в ОДЗ, а значит, является корнем исходного уравнения.

**Ветка. Другой способ решения**

Мы рассмотрели общий метод, с помощью которого вы можете решить любое дробно-рациональное уравнение. Конечно, такое простое уравнение можно было решать и по-другому:

*.*

Остаётся только выполнить проверку, чтобы убедиться, что данное число является решением уравнения (удовлетворяет ОДЗ).

2)   В уравнении три дроби, знаменатель каждой из них не должен обращаться в ноль.

ОДЗ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177736/8dc10c30_674e_0132_7150_12313c0dade2.png https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177737/8ef9e790_674e_0132_7151_12313c0dade2.png https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177738/905b7170_674e_0132_7152_12313c0dade2.png   и         https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177739/91cdda80_674e_0132_7153_12313c0dade2.png                        https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177740/930ef240_674e_0132_7154_12313c0dade2.png | https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177765/b594e920_674e_0132_716d_12313c0dade2.png https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177766/b6dcd310_674e_0132_716e_12313c0dade2.png https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177738/905b7170_674e_0132_7152_12313c0dade2.png   и         https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177767/b845d340_674e_0132_716f_12313c0dade2.png                        https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177768/b9a96840_674e_0132_7170_12313c0dade2.png | https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177738/905b7170_674e_0132_7152_12313c0dade2.png |

То есть .

Перенесем все слагаемые в одну часть уравнения.



Для того чтобы вычесть дроби, приведем их к общему знаменателю.

Разложим каждый знаменатель на множители:



Общий знаменатель – . Домножим первую дробь на , вторую – на , третью – на 











Приравниваем числитель дроби к 0.











В ОДЗ входят любые значения переменной, кроме . Значит, число 6 является корнем исходного уравнения.

**Ответ:** 6

3)      Найдем ОДЗ. Каждый знаменатель не должен обращаться в ноль.

ОДЗ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177787/d26c5ae0_674e_0132_7183_12313c0dade2.pnghttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177788/d3cac2f0_674e_0132_7184_12313c0dade2.png | https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177789/d5135580_674e_0132_7185_12313c0dade2.pnghttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177790/d6300be0_674e_0132_7186_12313c0dade2.png | https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177791/d79750a0_674e_0132_7187_12313c0dade2.pnghttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177792/d8e51740_674e_0132_7188_12313c0dade2.pnghttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/177793/da2dc650_674e_0132_7189_12313c0dade2.png |



Перенесем все слагаемые в одну часть.



Приведем дроби к общему знаменателю. Для этого разложим на множители знаменатель третьей дроби: 



Общий знаменатель - . Домножим первую дробь на , а вторую на - .







Приравняем числитель к нулю:



Все коэффициенты кратны 2, поэтому упростим уравнение, поделив обе части уравнения на 2.







Проверим, входят ли полученные корни в ОДЗ.

2 – входит в ОДЗ и, значит, является корнем исходного уравнения.

-4 – не входит в ОДЗ и, значит, не является корнем исходного уравнения.

**Ответ**: 2.

Для решения рассмотренных заданий необходимо следующее.

**Уметь**

находить ОДЗ уравнения;

приводить рациональные дроби к общему знаменателю.

**Понимать**

если дробь равна 0, то её числитель равен 0;

в конце решения необходимо проверить, принадлежат ли полученные корни ОДЗ.

[Уравнения высших степеней. Замена](https://interneturok.ru/lesson/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-2-uravneniya-i-neravenstva/drobno-ratsionalnye-uravneniya-uravneniya-vysshih-stepeney-praktika#mediaplayer)

Уравнения высших степеней, которые встречаются в ЕГЭ, решаются двумя способами:

1) сведение к квадратному уравнению с помощью замены.

Например, уравнение:****с помощью замены сводится к квадратному уравнению: .

2) разложение на множители.

Например, уравнение  с помощью вынесения общего множителя за скобки можно преобразовать к уравнению .

**Пример**

Решить уравнения при помощи замены переменных:

1)  

2)  

3)  

4)  

**Решение**

1) В уравнении переменная встречается только в выражении , поэтому если заменить , то  из уравнения исчезнет и получится квадратное уравнение относительно .





Получим уравнение:











Теперь выполним обратную замену:

      или      

         

                 

                                   нет корней



2) В уравнении переменная встречается только в выражении , поэтому если заменить , то  из уравнения исчезнет и получится квадратное уравнение относительно .



Получаем уравнение:



Данное уравнение является дробно-рациональным. Сначала найдем ОДЗ.

ОДЗ:     

              

Приведём левую часть уравнения к общему знаменателю (в данном случае: ).







Приравниваем числитель к нулю:





Значит, дробно-рациональное уравнение не имеет корней. Соответственно, исходное уравнение также не имеет корней.

3)      



В уравнении переменная встречается только в выражении . Такие уравнения называют биквадратными. Если заменить , то  из уравнения исчезнет и получится квадратное уравнение относительно .









Теперь выполним обратную замену:

   или     

           

                          

4)  



В уравнении переменная встречается только в выражении . Если заменить , то  из уравнения исчезнет и получится квадратное уравнение относительно .











Выполним обратную замену:

   или     

        нет корней

Для решения рассмотренных заданий необходимо следующее.

**Уметь**

* подбирать замену таким образом, чтобы свести уравнение к уже известному.

[Уравнения высших степеней. Вынесение общего множителя](https://interneturok.ru/lesson/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-2-uravneniya-i-neravenstva/drobno-ratsionalnye-uravneniya-uravneniya-vysshih-stepeney-praktika#mediaplayer)

**Пример**

Решить уравнения при помощи разложения на множители:

1)  

*2)*

**Решение**

1) Разложим на множители: . Вынесем общий множитель  скобки.



Произведение равняется нулю только тогда, когда один из множителей равен нулю.

     или     

                          

                          

2) Для разложения левой части уравнений, к примеру, третьей степени на множители можно попытаться сгруппировать слагаемые по парам. Сделать это можно всего тремя способами. Если сразу вы не видите удачные пары для группировки, то можно попробовать все три способа, чтобы выбрать тот, с помощью которого удастся разложить многочлен в левой части на множители.

Сгруппируем слагаемые в левой части уравнения: первое и второе, а также третье и четвертое. В первых двух вынесем за скобки общий множитель .



Во вторых двух вынесем общий множитель : 

Теперь у слагаемых есть общий множитель , вынесем его за скобки.



Тогда исходное уравнение можем записать следующим образом:

.

Произведение равняется нулю только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю.

         или     

                            

                                      

Для решения рассмотренных заданий необходимо следующее.

**Уметь**

* выносить общий множитель за скобки.

[Уравнения высших степеней. Деление многочленов](https://interneturok.ru/lesson/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-2-uravneniya-i-neravenstva/drobno-ratsionalnye-uravneniya-uravneniya-vysshih-stepeney-praktika#mediaplayer)

***Напоминание***

Если не можем разложить многочлен в левой части уравнения на множители явно, то используем следствие из теоремы Безу.

**Следствие из теоремы Безу**

Если многочлен  делится на  без остатка, то  – корень этого многочлена, и, наоборот, если  – корень многочлена , то он делится на  без остатка.

Значит, чтобы разложить на множители многочлен, мы можем подобрать его корень , а затем разделить на . Тогда исходный многочлен  можно представить в виде произведения  и частного от деления  на .

Пусть задан многочлен третьей степени: , пусть он имеет  различных корней , , , тогда .

Если раскрыть скобки, то свободный коэффициент будет равен следующему произведению: , но так как , то .

Мы уже знаем аналогичный результат для многочлена второй степени – благодаря теореме Виета (**http://interneturok.ru/ru/school/algebra/8-klass/kvadratnye-uravneniya-prodolzhenie/teorema-vieta-2**). Такой же результат можно получить и для многочленов более высоких степеней.

То есть если у многочлена старший коэффициент равен , то свободный коэффициент будет равен произведению всех корней этого многочлена с точностью до знака. Значит, если у многочлена такого вида есть целый корень, то он является одним из целых делителей свободного коэффициента.

**Пример**

Разложить на множители .

**Решение**

Если у многочлена (у которого старший коэффициент равен 1) есть целые корни, то их можно найти среди делителей свободного коэффициента. У данного многочлена старший коэффициент 1, свободный коэффициент 12, значит, корни могут быть следующими: . Пробуем подставлять эти числа. Подставим в многочлен 2. Мы получили ноль, таким образом, 2 является корнем данного многочлена.

Так как 2 - корень многочлена , по следствию из теоремы Безу, он делится без остатка на . Выполним деление.


Тогда .

Получившийся квадратный трёхчлен мы уже научились раскладывать на множители на прошлом уроке (**ссылка на урок 6: «Линейные уравнения. Квадратные уравнения»**).

**Пример**

Решить уравнение .

**Решение**

Попробуем подобрать корень. Так как старший коэффициент 1, то корни будем искать среди делителей свободного коэффициента (). Будем проверять числа , пока не встретим корень.

При :  – подходит.

1 – корень, поделим  на .



Значит, .
Продолжим разложение на множители. Найдем корни многочлена . Будем искать корни среди чисел  (делителей шестерки).

При :  – не подходит.

При : .

Значит,  – корень, поделим  на 


Получаем уравнение . Значит, .

         или            или     

                                                   

                                                                         

                                                                         

                                                                         

Ответ: , , , .

Для решения рассмотренных заданий необходимо следующее.

**Знать**

следствие из теоремы Безу.

**Уметь**

делить многочлен на многочлен столбиком.

**Понимать**

корни многочлена со старшим коэффициентом 1 необходимо искать среди делителей свободного коэффициента.

[Заключение](https://interneturok.ru/lesson/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-2-uravneniya-i-neravenstva/drobno-ratsionalnye-uravneniya-uravneniya-vysshih-stepeney-praktika#mediaplayer)

***Вывод:***

На этом уроке мы рассмотрели понятие ОДЗ, основные методы решения дробно-рациональных уравнений и уравнений высших степеней.

**3*.*Выполните задания, которые будут после освоения нового материала.**

(Напоминаю! В конце эл.курса будет ЗАЧЕТ. Чтобы получить его, в тетради для эл.курса, должны быть все задания, которые были раннее предложены!)

1. **Первое уравнение с решением:**

****

****

1. ****
2. ****
3. ****
4. ****
5. ****
6. **Решите уравнение: **
7. ****

 **Обратная связь:**

1. Сканируйте или сфотографируйте свою письменную работу
2. Сканированные (сфотографированные) работы пришлите мне на почту auliyatbes@mail.ru  (тема письма: Класс-предмет-Фамилия ученика, например: 10«А»-алгебра-Иванов).
3. Чтобы получить дополнительную консультацию учителя, обратитесь с вопросами через электронный дневник или почту учителя.
4. Срок сдачи письменных работ – **28.11.2020г.**
Всем удачи!

**Ребята, выполняйте работу, следуя СТРОГО инструкции**

**и придерживайтесь указанных сроков!**